



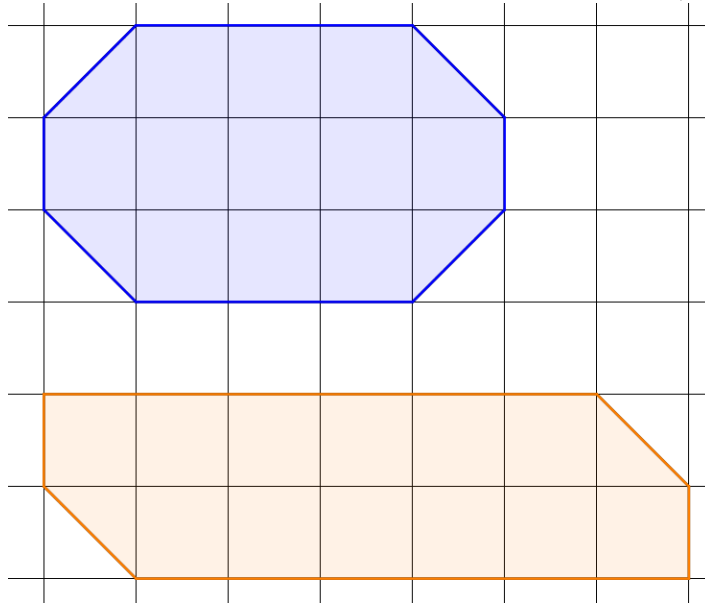
האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג' שלב הגמר, שנת תשפ"ג



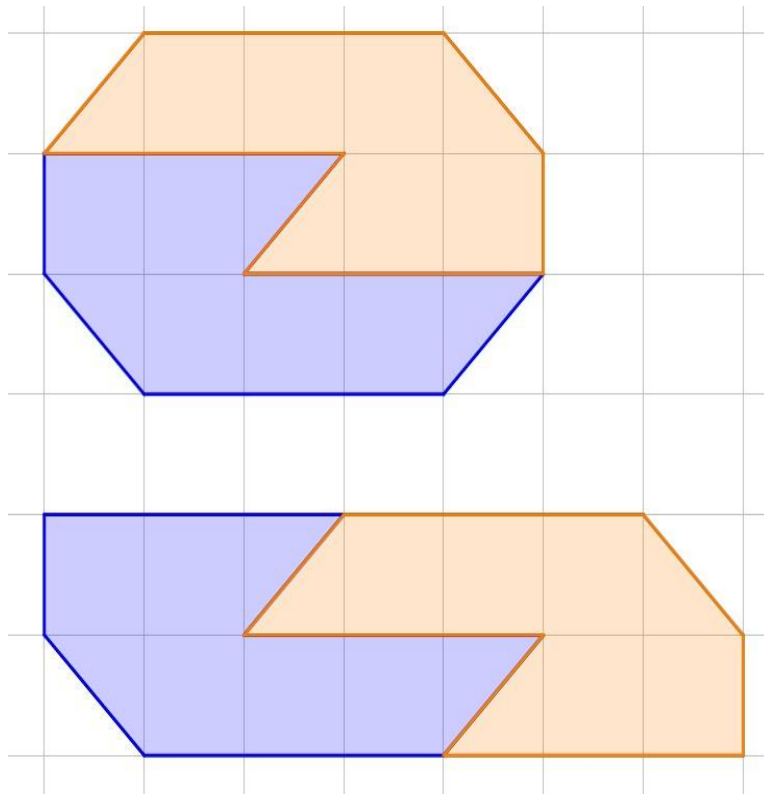
1. (מריה גרינגלז) לבוב יש מרצפות בצורות שונות: משולשים, מרובעים ומחומשים. כמות הצלעות הכוללת בכל המרצפות היא 87. ידוע שכמות המרצפות המחומשיות גדולה ב-11 מכמות המרצפות המשולשיות. כמה מרצפות יש לבוב? נמקן את תשובתכם.
תשובה: 19 מרצפות.
- פתרון: נשים את 11 המחומשים המיותרים בצד, יש להם בסך הכל 55 צלעות ולכן לשאר המרצפות נשארו 32 צלעות. כעט כמות המשולשים שווה לכמות המחומשים. נחלק את המחומשים והמשולשים לזוגות של משולש-מחומש ובכל זוג, באופן דמיוני, נעביר את אחת הצלעות של המחומש למשולש. כלומר נוכל לדמיין שכרגע יש לנו רק מרובעים.
- יש לנו 32 צלעות ולכן יש $8 = 4 \cdot 8 = 32$ מרובעים, אולי חלקם דמיוניים אבל זה לא משפיע על כמות המרצפות. יחד עם 11 המרצפות ששמנו בצד בהתחלה נקבל שלבוב יש 19 מרצפות.
2. (איתי זילברברג) לפינוקיו יש 9 סוכריות שוקולד ודלי קסם. אם פינוקיו שם את כל הסוכריות שלו בתוך הדלי בלילה, למחרת בבוקר כמות הסוכריות בדלי תהיה גדולה פי 5.
על פי הדיאטה המיוחדת של פינוקיו בכל יום מותר לו או לאכול בדיוק 9 סוכריות או לא לאכול סוכריות בכלל. האם יתכן שכעבור מספר ימים, בבוקר, לפינוקיו יהיו בדיוק 10 סוכריות? נמקן את תשובתכם. הערה: לפינוקיו מותר גם לא לשים את הסוכריות בדלי בלילה.
תשובה: לא ניתן להגיע למספר 10.
- פתרון: אם כמות הסוכריות אצל פינוקיו מתחלקת ב-3 אז גם אם יאכל 9 מתוכן, הכמות עדיין תתחלק ב-3 (הרי 9 מתחלק ב-3). כך גם אם פינוקיו ישים את הסוכריות בלי הקסום, הכמות תגדל פי 5 אבל עדיין תתחלק ב-3.
- כעת, נבחין בהתחלה כמות הסוכריות אצל פינוקיו-9, התחלקה ב-3 ולכן לא משנה מה פינוקיו יבחר לעשות, כמות הסוכריות ברשותו תמיד תתחלק ב-3. 10 לא מתחלק ב-3, לכן אי-אפשר להגיע ל-10 סוכריות.



3. (איליה גרינגלז) ציירו כיצד לחלק את הצורה הראשונה לשני חלקים זהים (גם בגודלם וגם בצורתם) ולהרכיב מחלקים אלו את הצורה השנייה.

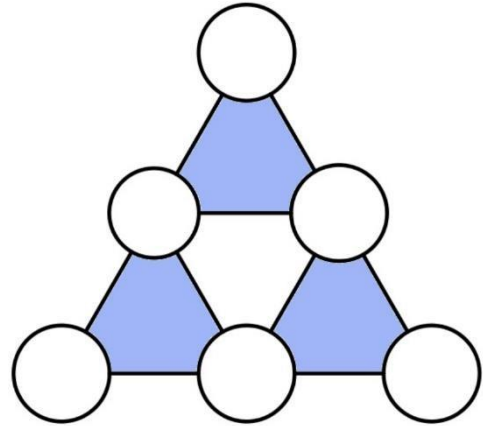


פתרון:

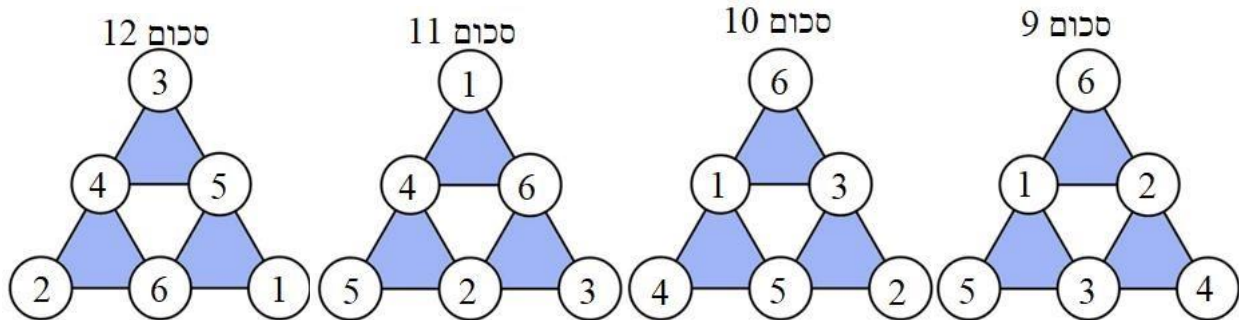




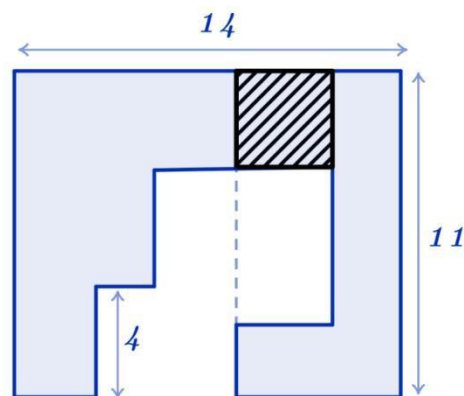
4. (איתי זילברברג) הציבו את המספרים 1,2,3,4,5,6 בתוך העיגולים, כל מספר פעם אחת בדיוק, כך שהסכומים בשלושת המשולשים הכחולים יהיו שווים.



פתרון: ישנן מספר דרכים להציב את המספרים, להלן חלק מהן:



5. (מריה גרינגלז) כל הפינות בתמונה ישרות. בנוסף, המרובע המקווקו הוא ריבוע. מצאו את היקף הצורה הכחולה. נמקו את תשובתכם.

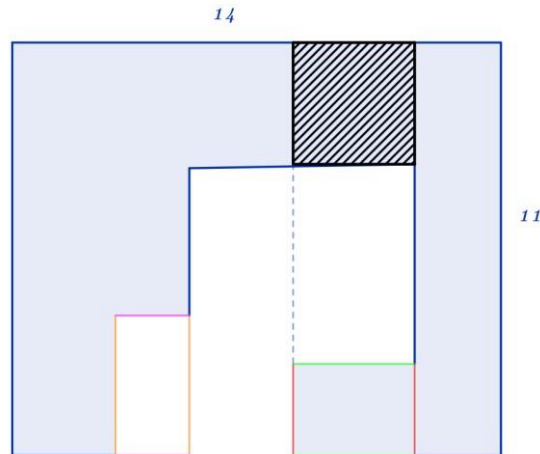




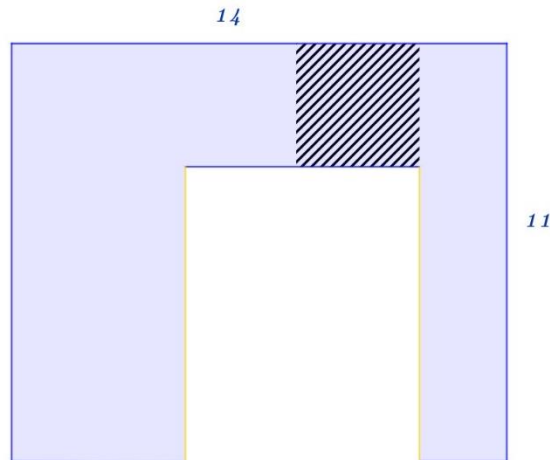
האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג'
שלב הגמר, שנת תשפ"ג



פתרון: הנתון על הקטע באורך 4 מיותר. בציור הבא רואים ארבעה זוגות של קטעים באורכים שווים (אדומים, וורודים, כתומים וירוקים):



נסיק שהיקף הצורה המבוקשת שווה לפעמיים אורך הקטע הירוק ועוד היקף הצורה הבאה:



סך הכל נקבל שהיקף הצורה שלנו שווה להיקף המלבן עם צלעות 14 ו-11 ועוד פעמיים קטע **ירוק** ועוד פעמיים קטע **צהוב**.

נבחין שאורך הקטע הירוק שווה לאורך צלע הריבוע השחור ולכן קטע **ירוק** + קטע **צהוב** = 11.

לסיכום היקף הצורה שווה :

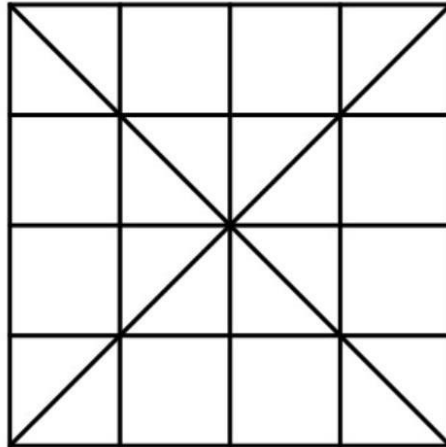
$$11 + 14 + 11 + 14 + 2 \times (\text{ירוק} + \text{צהוב}) = 72$$



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג'
שלב הגמר, שנת תשפ"ג



6. (איליה גרינגלז) כמה משולשים יש בתמונה?



פתרון: בציור יש קווים ב-4 כיוונים שונים: אופקי, אנכי, ושני כיוונים אלכסוניים. בשביל לייצר משולש חייבים לבחור 3 קווים בכיוונים שונים. כלומר יתכן שיש קו אופקי, קו אנכי, ולאכסון, או שיש שני קווים אלכסוניים וקו נוסף שהוא אופקי או אנכי.

במקרה הראשון ישנן 2 דרכים שונות לבחור את האלכסון. לאחר שבחרנו אלכסון יש 5 דרכים לבחור קו אופקי ו-5 דרכים לבחור קו אנכי. קווים אלה נחתכים באחת מנקודות הרשת על הציור ונרצה שנקודת רשת זו לא תיפול על האלכסון (במקרה זה לא יתקבל משולש). לפיכך עלינו להוריד 5 מתוך ה- $5 \times 5 = 25$ דרכים לבחור קו אופקי וקו אנכי, ואנו נשארים עם 20 אפשרויות עבור כל אלכסון, וסה"כ $2 \cdot 20 = 40$ אפשרויות מהסוג הראשון.

במקרה השני, לאחר שבחרנו את שני האלכסונים עלינו להוסיף קו אופקי או קו אנכי אבל לא את הקו האמצעי שעובר בנקודת מפגש האלכסונים, שזה נותן 4 אפשרויות לקו אופקי ו-4 אפשרויות לקו אנכי, סה"כ 8 אפשרויות. ובכן, יש בסה"כ $40 + 8 = 48$ אפשרויות.