



Всеизраильская математическая олимпиада для 8-9 классов

Второй этап, תשפ"ג-5783 год

1. В каждой клеточке таблицы 10×10 записано целое число между 1 и 100 (каждое число записано ровно по разу). В каждой строке числа возрастают слева направо, в каждом столбце числа возрастают снизу вверх. Столбцы пронумерованы от 1 до 10 слева направо, строки пронумерованы от 1 до 10 снизу вверх. Найдите наименьшую возможную сумму номеров строки и столбца клеточки, в которой записано число 39.

2. Целые числа a, b, c, d удовлетворяют условиям

$$a + b = bc = d - c = \frac{d}{a}, c \neq 0, a \neq 0$$

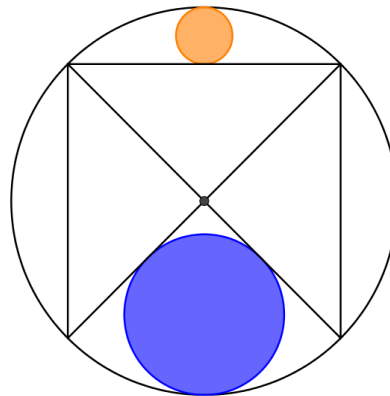
Найдите $a + b + c + d$.

3. В пятиугольнике $ABCDE$ углы $\angle A, \angle D, \angle E$ прямые, даны длины некоторых сторон $AB = 50, BC = 34, CD = 64$. Кроме того дано, что пятиугольник является **описанным**. Чему равен радиус вписанной окружности?

4. Значение данного выражения равно целому числу. Найдите это число.

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{1} + \sqrt{2}} + \frac{1}{\sqrt{3} + \sqrt{4}} + \frac{1}{\sqrt{5} + \sqrt{6}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97} + \sqrt{98}} + \frac{1}{\sqrt{99} + \sqrt{100}}}{-\frac{1}{\sqrt{51} - \sqrt{1}} + \frac{1}{\sqrt{52} - \sqrt{2}} - \frac{1}{\sqrt{53} - \sqrt{3}} + \dots - \frac{1}{\sqrt{99} - \sqrt{49}} + \frac{1}{\sqrt{100} - \sqrt{50}}}$$

5. В окружность вписан квадрат. В сектор, образованный диагоналями квадрата, вписан синий круг, в сегмент, образованный стороной квадрата, вписан оранжевый круг, как изображено на рисунке. Найдите отношение площади синего круга к площади оранжевого круга.



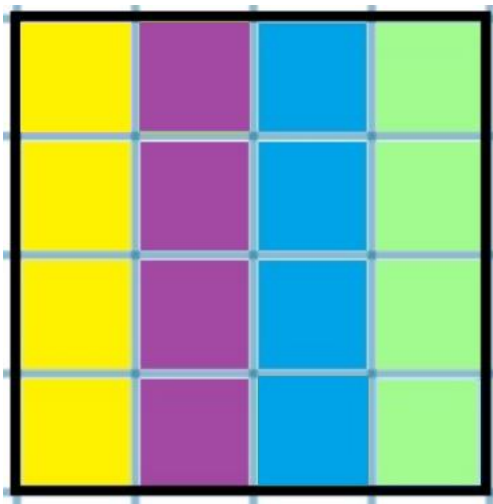


Всеизраильская математическая олимпиада для 8-9 классов

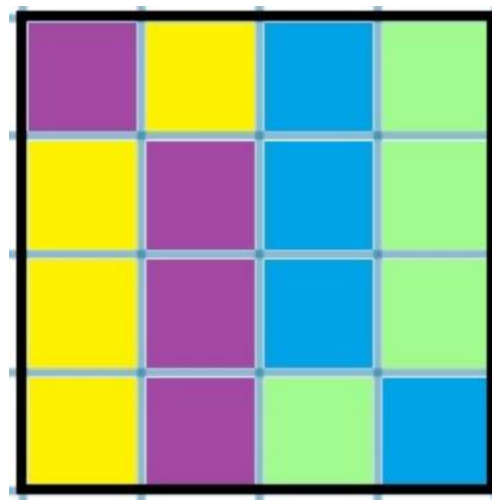
Второй этап, תשפ"ג-5783 год

6. Дана доска 4×4 . Элиора хочет разделить её на 4 равные фигурки так, чтобы каждая из них содержала 4 целые клеточки доски. Между каждыми двумя клеточками одной фигурки должен быть маршрут, который проходит внутри фигурки и может переходить от клеточки только к соседней по стороне клеточке. Две фигурки называются равными, если одну можно превратить в другую параллельным переносом, поворотом или зеркальной симметрией. Два разбиения, которые можно получить друг из друга поворотом или зеркальной симметрией доски, считаются разными. Сколькими способами Элиора может справиться со своей задачей?

Пример правильного разбиения



Пример неправильного разбиения



7. Правильный 2022-угольник **вписан** в окружность. В центре окружности расположен круг, площадь которого **вдвое меньше** площади большой окружности. Нарисованы все хорды с концами в вершинах 2022-угольника, которые не касаются внутреннего круга. Найдите разницу количества хорд, которые проходят через внутренний круг и тех, которые не проходят.

Удачи!