



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ח'-ט'
שלב ב, שנת תשפ"ג

1. בכל משבצת של לוח 10×10 רשום מספר שלם בין 1 ל-100 (כל מספר רשום פעם אחת בדיוק). בכל שורה המספרים משמאל לימין נמצאים בסדר עולה ובכל עמודה המספרים מלמטה למעלה נמצאים בסדר עולה. העמודות ממוספרות מ-1 משמאל ל-10 מימין, והשורות מ-1 למטה ל-10 למעלה. מצאו את סכום מספרי השורה והעמודה המינימלי של משבצת עם מספר 39.

2. מספרים שלמים a, b, c, d מקיימים:

$$a + b = bc = d - c = \frac{d}{a}, c \neq 0, a \neq 0$$

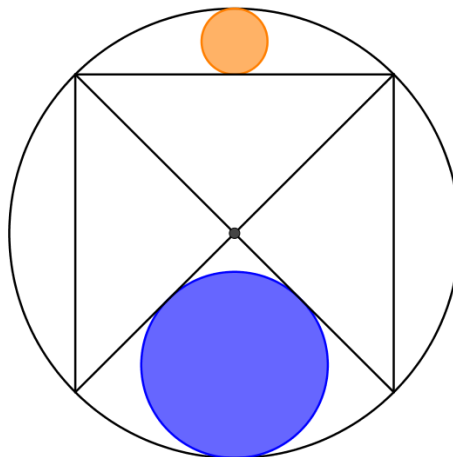
מצאו את $a + b + c + d$.

3. במחומש $ABCDE$ הזוויות $\angle A, \angle D, \angle E$ הן ישרות, ונתונים אורכי הצלעות:
 $AB = 50, BC = 34, CD = 64$. בנוסף נתון שהמחומש **חוסם** מעגל. מהו אורך הרדיוס של המעגל החסום?

4. הביטוי הבא שווה למספר שלם, מצאו את המספר:

$$\frac{\frac{1}{\sqrt{1+\sqrt{2}}} + \frac{1}{\sqrt{3+\sqrt{4}}} + \frac{1}{\sqrt{5+\sqrt{6}}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{97+\sqrt{98}}} + \frac{1}{\sqrt{99+\sqrt{100}}}}{\frac{1}{\sqrt{51-\sqrt{1}}} + \frac{1}{\sqrt{52-\sqrt{2}}} - \frac{1}{\sqrt{53-\sqrt{3}}} + \dots - \frac{1}{\sqrt{99-\sqrt{49}}} + \frac{1}{\sqrt{100-\sqrt{50}}}}$$

5. במעגל חסום ריבוע. בין אלכסוני הריבוע למעגל חסום עיגול כחול ובין צלע הריבוע למעגל חסום עיגול כתום, כמתואר בציור:



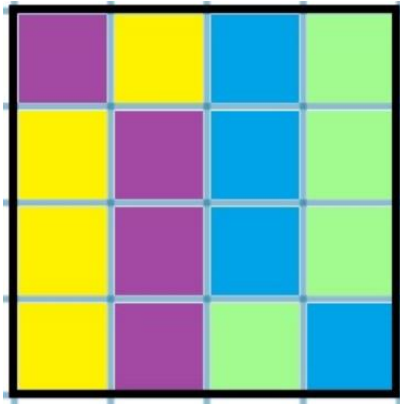
חשבו את היחס בין שטח העיגול הכחול לשטח העיגול הכתום.



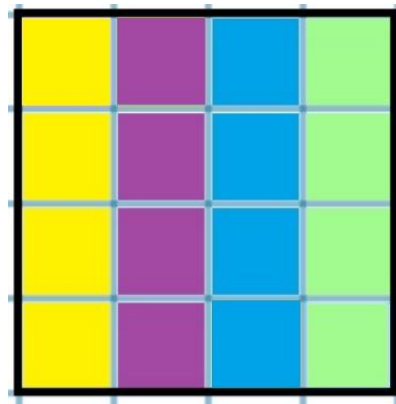
האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ח'-ט' שלב ב, שנת תשפ"ג

6. נתון לוח משבצות 4×4 . אליאורה רוצה לחלק אותו ל-4 צורות חופפות שכל אחת מהן מכילה בדיוק 4 משבצות מלאות של הלוח. בין כל שתי משבצות באותה צורה צריך להיות מסלול שעובר בתוך הצורה ויכול לעבור מכל משבצת למשבצת הסמוכה אליה לפי צלע בלבד. שתי צורות נקראות חופפות אם ניתן להעביר אחת מהן לשנייה על ידי הזזה, סיבוב ושיקוף. שתי חלוקות נקראות שונות גם אם ניתן לקבל את האחת מהשנייה באמצעות סיבוב או שיקוף של הלוח. בכמה דרכים אליאורה יכולה לבצע את המשימה?

דוגמה לחלוקה לא חוקית:



דוגמה לחלוקה חוקית:



7. מצולע משוכלל בעל 2022 צלעות **חסום** במעגל. במרכז המעגל נמצא עיגול בעל **שטח קטן פי שניים** משטח המעגל הגדול. מצוירים כל המיתרים עם קצוות בקודקודי המצולע, שלא משיקים לעיגול הפנימי. חשבו את ההפרש בין מספר המיתרים שעוברים בעיגול הפנימי למספר המיתרים שאינם עוברים דרכו.

בהצלחה!