



Всеизраильская математическая олимпиада – 6-7 классы

Финал, 5783 год

1. В семье четыре ребёнка: Асаф, Бар, Гиора и Дрор. Все они живут в стране рыцарей и лжецов. Рыцари всегда говорят правду, лжецы всегда лгут.

Однажды Асаф сказал: «Из нас четверых по крайней мере двое – лжецы».

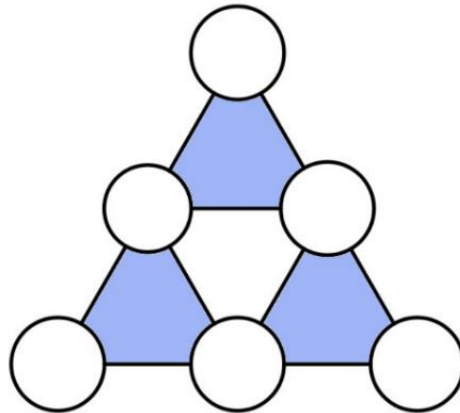
Тогда Бар сказала: «Из нас не меньше троих лжецы».

Сколько из четверых детей – лжецы?

2. Авихай расставил числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 в кружочки, каждое ровно по разу.

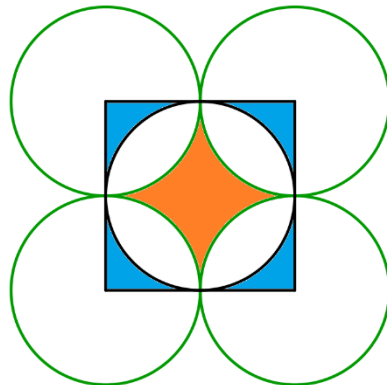
Оказалось, что суммы в вершинах трёх синих треугольников равны. Чему могут равняться эти суммы? Найдите все возможные варианты.

Для каждого варианта приведите пример расстановки чисел и докажите, что нет других вариантов.



3. Отметьте на плоскости 6 точек так, чтобы любые 3 из них образовывали равнобедренный треугольник.

4. Даны четыре зелёные окружности одинакового размера, которые касаются друг друга, как показано на рисунке. Центры окружностей образуют квадрат. Какая площадь больше: синяя или оранжевая?



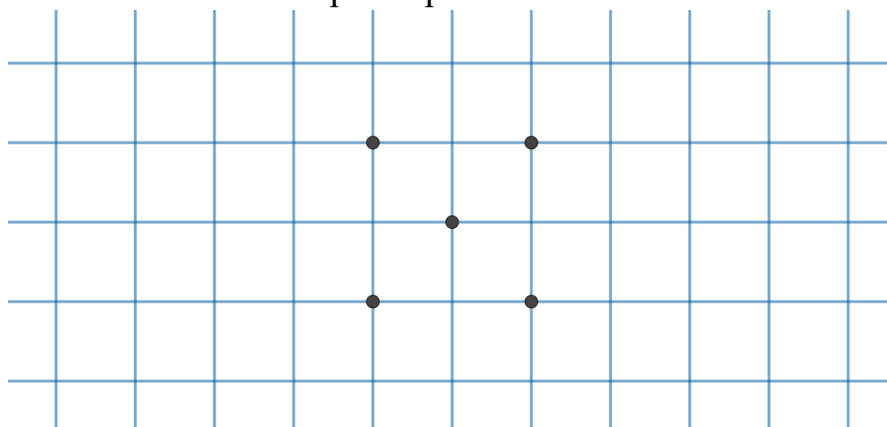
Продолжение на
следующей странице!



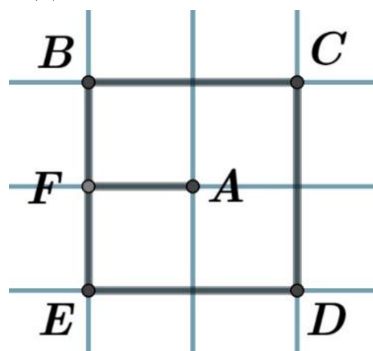
Всеизраильская математическая олимпиада – 6-7 классы

Финал, 5783 год

5. Нарисуйте по линиям сетки многоугольник с минимальным периметром, который проходит через пять отмеченных точек. Докажите, что нет многоугольника с меньшим периметром.



Примечание: Многоугольник не может пересекать себя. Например, замкнутая ломанная $ABCDEF$ – не многоугольник, то есть изображённый ниже рисунок не соответствует условиям задачи.



6. На складе было пять мешочков с мукой весом 1, 2, 3, 4, 4 килограммов, на каждом мешочке написан его вес. Итай выбрал два мешочка и пересыпал часть муки из одного в другой. Объясните, как при помощи трёх взвешиваний на чашечных весах можно определить, из какого мешочка в какой Итай пересыпал муку?

Примечание: Итай мог пересыпать нецелое число килограммов.

בהצלחה!