



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ד'-ה' שלב ב, שנת תשפ"ג

1. נתון מספר תלת ספרתי שאף ספרה שלו לא 0. אם נמחק ממנו את ספרת המאות, המספר שיישאר יתחלק ב-7. אם נמחק את ספרת העשרות, המספר יתחלק ב-13. אם נמחק את ספרת היחידות, המספר יתחלק ב-5. מהו המספר?
תשובה. 256.

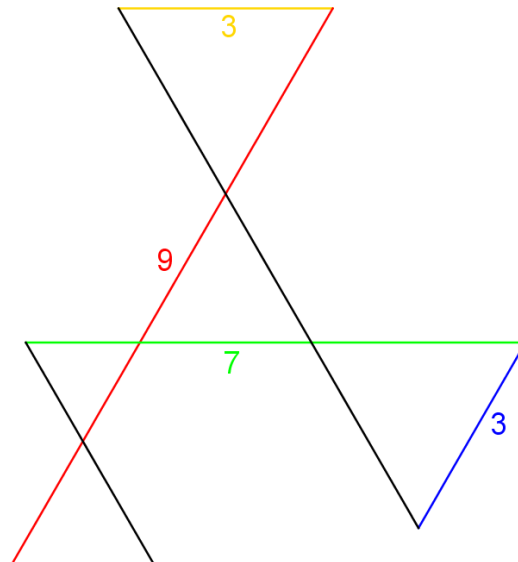
פתרון. המספר מתחלק ב-5 אם הספרה הימנית שלו היא 0 או 5. אבל נתון שספרות המספר שונות מ-0, לכן ספרת העשרות של המספר המקורי היא 5 (כי היא ספרת האחדות במספר שמתקבל כשמוחקים את מספר האחדות).

כאשר מוחקים את ספרת המאות, צריך להתקבל מספר דו-ספרתי שהספרה השמאלית שלו היא 5 והוא מתחלק ב-7, שזה רק 56.

אם נמחק את הספרה האמצעית, מתקבל מספר שמתחלק ב-13 והספרה הימנית היא 6. מספר דו-ספרתי כזה הוא בהכרח 26.

לכן המספר התלת-ספרתי הוא 256.

2. כל המשולשים בצירור שווי צלעות, כלומר בכל משולש שלושת הצלעות שוות באורכן. חשבו את היקף הצורה.



תשובה. 36.

פתרון. בשאלה יש שני נתונים לא נחוצים, אורך הצלע הצהובה ואורך הצלע הירוקה. הצורה בעצם מורכבת ממשולש עם צלע כחולה ו-4 משולשים שסכום הצלעות שלהם שווה לקטע האדום. היקף המשולש עם צלע כחולה גדול פי 3 מהצלע הכחולה שלו, והיקף המשולשים האחרים גדול



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ד'-ה' שלב ב, שנת תשפ"ג

פי 3 מכל צלע שלהם. לכן ההיקף הכולל של כל הצורה שווה ל-3 כפול הסכום של אורך הקטע הכחול ואורך הקטע האדום, כלומר $3 \cdot (3 + 9) = 3 \cdot 12 = 36$.

3. תלמידי כיתה ה' מתכננים לצאת לטיול של 4 ימים. כל יום התלמידים יכולים לעבור 10 קילומטרים, 20 קילומטרים או לנוח. סך הכל התלמידים רוצים לעבור 50 קילומטרים. בכמה דרכים שונות ניתן לתכנן את הטיול?

תשובה. 16.

פתרון. נחלק את האפשרויות לשני סוגים.

סוג ראשון זה שהם לא נחים באף יום. זה כבר אומר שהם יעברו 40 ק"מ ב-4 ימים, אבל חייבים לבחור גם יום שבו עוברים 10 ק"מ נוספים (כלומר 20 ק"מ במהלך היום). יש 4 דרכים לבחור יום כזה.

סוג שני זה כאשר יש יום שבו נחים, ואותו אפשר לבחור ב-4 דרכים. ביתר הימים יכולים לעבור לכל היותר 20 ק"מ בכל יום, אבל 60 ק"מ זה יותר מדי, לכן מבין 3 הימים האחרים צריך לבחור יום שבוא עוברים רק 10 ק"מ. אפשר לעשות את הבחירות במקרה זה ב- $3 \cdot 4 = 12$ דרכים שונות.

כשמחברים את שני הסוגים מקבלים $12 + 4 = 16$ אפשרויות בסה"כ.

4. ביער קסום יש 40 ציפורים מ-3 סוגים: דרורים, יונים וינשופים. כמות הדרורים גדולה פי 2 מכמות הינשופים. כמות היונים קטנה משליש מכמות הציפורים הכוללת. כמות הינשופים קטנה מרבע מכמות הציפורים הכוללת. כמה דרורים יש ביער?

תשובה. 18.

פתרון. כמות הינשופים בעצם היא לכל היותר 9. לכן כמות הדרורים שזה פי 2 מהינשופים, היא לכל היותר 18. יחד יש לכל היותר 27 יונים וינשופים, שזה משאיר לפחות 13 יונים.

לו היו פחות ינשופים, היו גם פחות דרורים והיינו צריכים יותר מ-13 יונים.

מצד שני כמות היונים היא לכל היותר שליש מכמות הציפורים הכוללת, כלומר לכל היותר $13 \frac{1}{3} = \frac{40}{3}$

ומכיוון שזה מספר שלם זה לכל היותר 13 יונים. לכן שי בדיוק 13 יונים, בדיוק 9 ינשופים, ובדיוק 18 דרורים.



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ד'-ה' שלב ב, שנת תשפ"ג

5. בתרגיל החיבור הבא כל אות מסמלת ספרה. אותיות שונות מסמלות ספרות שונות. מהו המספר באנ?
הערה: כל המספרים בתרגיל תלת ספרתיים, כלומר ניתן להניח שהספרות "א", "נ" שונות מ-0.

$$\text{באנ} = \text{ננא} + \text{אבא}$$

תשובה. 527

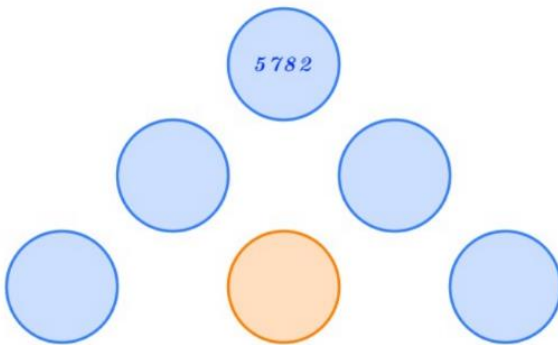
פתרון. כאשר מסתכלים על ספרת האחדות רואים כי $\text{א} + \text{נ}$ מסתיים בספרה ב.

כשמסתכלים על ספרת העשרות רואים כי $\text{ב} + \text{נ}$ ואולי פלוס 1 מסתיים בספרה א.

כלומר כאשר מוסיפים ל-א את נ פעמיים ואולי גם מוסיפים 1 נשארים עם א. אבל $\text{נ} + \text{נ}$ מסתיים בספרה זוגית, ואם מוסיפים גם 1 זה מסתיים בספרה אי-זוגית וזה אמור לשנות, אז לא מוסיפים 1. כלומר $\text{נ} + \text{נ}$ מסתיים ב-0, אבל נ שונה מ-0, כלומר $\text{נ} = 5$.

נתבונן בספרת המאות, נראה ש- $\text{א} + \text{א}$ ואולי פלוס 1 שווה ל-5. לכן $\text{א} = 2$.

כעת שוב נסתכל על ספרת האחדות ונקבל שהספרה ב מתקבלת בתור $7 = 2 + 5$.



6. על הלוח צוירו שישה עיגולים כמתואר בציור. בכל עיגול נרשם מספר שלם כך שהמספר הרשום בכל עיגול היה שווה למכפלת שני המספרים בעיגולים שמתחתיו. ידוע שכל המספרים בכל העיגולים היו שונים זה מזה. המספרים נמחקו ונשאר רק המספר בעיגול העליון: "5782". מה המספר שהיה רשום בעיגול הכתום?

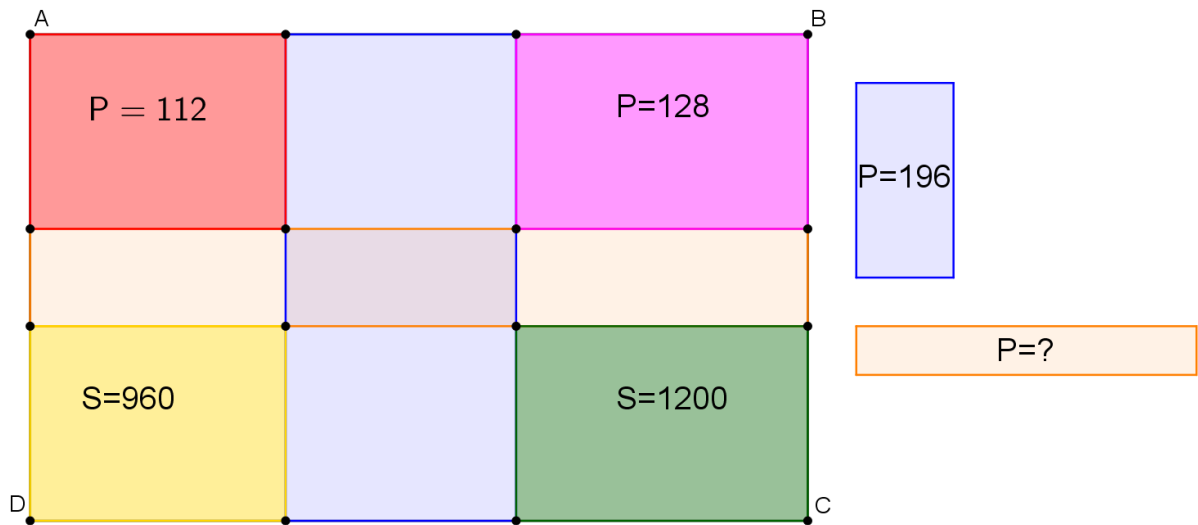
תשובה. 7.

פתרון. קודם כל בשום מקום לא רשום 1, כי מכפלה של 1 עם המספר שלידו תיתן שוב אותו מספר, ואז לא כל המספרים בטבלה יהיו שונים. קל לחשב כי $5782 = 2 \cdot 7 \cdot 7 \cdot 59$. שני המספרים בשורה השנייה מכילים את המספר הכתום כגורם, ולכן 5782 מתחלק במספר הכתום בריבוע. אבל הריבוע היחיד ש-5782 מתחלק בו הוא 7^2 . לכן המספר הכתום הוא 7.



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ד'-ה' שלב ב, שנת תשפ"ג

7. בתוך מלבן $ABCD$ מצוירים מלבן כחול ומלבן כתום, ידוע שהיקף המלבן הכחול הוא 196 ס"מ. בפינות של $ABCD$ נוצרים ארבעה מלבנים: אדום, צהוב, ירוק, וורוד. נתון שהיקף המלבן האדום הוא 112 ס"מ, היקף המלבן הוורוד הוא 128 ס"מ, שטח המלבן הצהוב הוא 960 סמ"ר ושטח המלבן הירוק הוא 1200 סמ"ר. חשבו את היקף המלבן הכתום.



תשובה. 232

פתרון. היחס בין שטח המלבן הירוק לשטח המלבן הצהוב הוא כמו היחס בין הרוחב שלהם, הרי הגובה שלהם זהה, וזה שווה ל- $\frac{1200}{960} = \frac{120}{96} = \frac{5 \cdot 24}{4 \cdot 24} = \frac{5}{4}$.

זה גם היחס של רוחב המלבן הוורוד ורוחב המלבן האדום, כי זה אותם מספרים.

הפרש בין היקפים של המלבן הוורוד למלבן אדום שווה ל-16. בהפרש זה פעמיים הגובה מתקזז, ונשאר ההפרש בין פעמיים הרוחב. לכן הפרש בין הרוחב של המלבן הוורוד לרוחב של המלבן הכתום הוא 8. הפרש זה שווה לחמישית מהרוחב של המלבן הוורוד ושווה גם לרבע מהרוחב של המלבן האדום. כלומר הרוחב של המלבן הוורוד (והירוק) הוא 40, ורוחב של המלבן האדום הוא 32.

היקף המלבן הוורוד הוא 128, כלומר גובה + רוחב שלו שווה ל-64. היות שהרוחב הוא 40, הגובה הוא 24.

במלבן הירוק, הרוחב הוא 40 והשטח הוא 1200, לכן הגובה הוא 30.

במלבן האדום, הגובה הוא 24 (כמו בוורוד) והרוחב הוא 32.



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ד'-ה' שלב ב, שנת תשפ"ג

בשביל לקבל מהרוחב של המלבן הכחול את הרוחב של המלבן הכתום, צריך להוסיף לו את הרוחב של המלבן הירוק ואת הרוחב של המלבן האדום, כלומר להוסיף $40 + 32 = 72$.

בשביל לקבל מגובה של המלבן הכחול את הגובה של המלבן הכתום, צריך להחסיר ממנו את הגובה של המלבן הירוק ואת הגובה של המלבן האדום, כלומר להחסיר $30 + 24 = 54$.

היקף זה פעמיים גובה פלוס פעמיים רוחב. לכן בשביל לקבל מהיקף המלבן הכחול את היקף המלבן הכתום, צריך להוסיף $2 \cdot (72 - 54) = 2 \cdot 18 = 36$.

היקף המלבן הכחול הוא 196, לכן היקף המלבן הכתום הוא $196 + 36 = 232$.