



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ח'-ט' שלב א, שנת תשפ"ג

1. נקרא למספר *קסום* אם הוא ארבע ספרתי וכולל את כל הספרות מ-1 עד 4 בדיוק פעם אחת. כמה מספרים קסומים מתחלקים ב-11?

2. מספרים שלמים חיוביים a, b מקיימים: $a + b = \frac{101}{a} + \frac{101}{b}$.

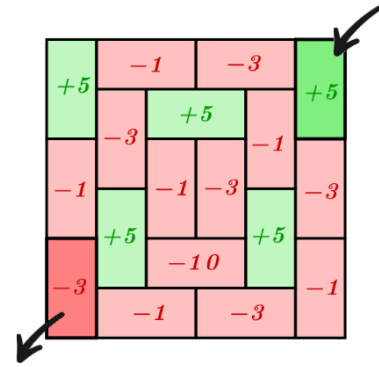
מצאו את $a + b + \frac{101}{a} + \frac{101}{b}$.

3. ידוע שלמשוואה $x^2 - nx + 5n = 0$ יש שני פתרונות שונים במספרים שלמים. חשבו את סכום כל הערכים האפשריים של n .

4. בתמונה מפה של ארמון. אלאדין נמצא בחדר הצפון מזרחי ורוצה לעבור לחדר הדרום מערבי. מכל חדר יש דלת לכל חדר סמוך.

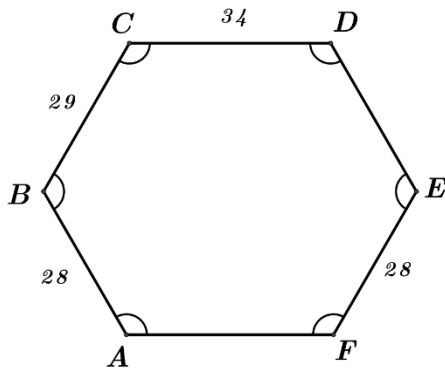
בחדרים המסומנים בירוק במפה מוחבאים מטבעות זהב. כמות המטבעות בכל חדר כזה מסומנת במפה. כאשר אלאדין עובר בחדרים אלה, הוא לוקח את המטבעות לעצמו.

לעומת זאת, מעבר בחדרים המסומנים באדום במפה, עולה כסף. העלויות מסומנות במפה.



לאלאדין אסור לחזור לחדרים בהם הוא כבר ביקר. מהי כמות המטבעות הגדולה ביותר שהוא יכול לצבור?

5. נתון משושה $ABCDEF$ שבו כל הזוויות בעלות 120° , $AB = 28$, $BC = 29$, $CD = 34$, $EF = 28$. חשבו את $DE \cdot FA$.



6. מצולע משוכלל בעל 2022 צלעות חסום במעגל.

במרכז המעגל הזה נמצא עיגול בעל רדיוס פי 2 קטן יותר מרדיוס המעגל הגדול. מעבירים את כל המיתרים עם קצוות בקודקודי המצולע (כלומר צלעות ואלכסונים של המצולע), שלא משיקים לעיגול הפנימי.

פי כמה מספר המיתרים שעוברים דרך העיגול הפנימי קטן יותר ממספר המיתרים שלא נוגעים בו?

בהצלחה!