

# Φ

נסמן  $\varphi = \frac{1-\sqrt{5}}{2}$ ,  $\Phi = \frac{1+\sqrt{5}}{2}$

1. מצאו את כל הסדרות ההנדסיות המקיימות  $x_0 = 1$ ,  $x_{n+1} = x_n + x_{n-1}$

2. א. הוכיחו כי  $\Phi = 1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{1 + \frac{1}{\dots}}}$

ב. הוכיחו כי  $\Phi = \sqrt{1 + \sqrt{1 + \sqrt{1 + \dots}}}$

ג. מצאו נוסחה דומה ל- $\varphi$ .

3. א. חשבו את  $\Phi^{10} + \varphi^{10}$

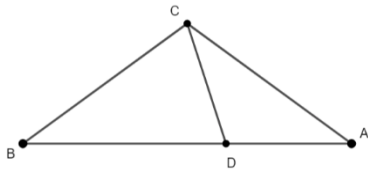
ב. חשבו את  $\Phi^{10} - \varphi^{10}$

4. א. מהם 3 ספרות אחרי הנקודה של  $\Phi^{21}$ ?

ב. מהם 3 ספרות אחרי הנקודה של  $\frac{\Phi^{21}}{\sqrt{5}}$ ?

5. א. מהו היחס בין צלע של מחומש לאלכסון?

ב. משולש שווה שוקיים מחולק לשני משולשים שגם הם שווי שוקיים. מהו היחס בין הצלעות של המשולש? (מצאו את כל האפשרויות, הציור להמחשה בלבד)



6. א. בציור הבא נתונה סדרה של מלבנים בהם יחס בין הצלעות הוא  $\Phi$ , שכל מלבן מתקבל מקודם על ידי הוספת ריבוע. הוכיחו כי מרכזי הריבועים נמצאים על שני קווים מאונכים.

ב. מה יקרה אם נתחיל את התהליך ממלבן בגודל אחר?

ג. מה השיפוע של הקווים?

ד. הוכיחו כי אותו הדבר קורה אם במקום ריבוע אחד כל פעם נוסיף שניים. מה השיפוע במקרה הזה?

ה. האם השיפוע זהה גם במקרה הכללי? (לכל כמות של ריבועים)

7. מצאו זוג סדרות עולות של מספרים טבעיים  $a_n, b_n$  המקיימות את התכונות הבאות:

א. כל מספר טבעי שייך בדיוק לאחת הסדרות.

ב.  $a_n = n + b_n$

