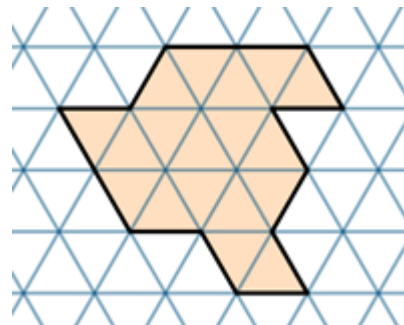


Всеизраильская математическая олимпиада для 5-6 классов
Финал, 5782 год

1. На поляне были бабочки и гусеницы. Сначала бабочек было вдвое больше, чем гусениц. После того, как 4 бабочки улетели с поляны, а 3 гусеницы превратились в бабочек, количество бабочек стало в три раза больше количества гусениц. Сколько бабочек и сколько гусениц было на поляне в начале? Ответ обоснуйте.

2. Нарисуйте, как можно разрезать изображённую на рисунке фигуру на три равные части.

Примечание. Фигуры называются равными, если их можно наложить друг на друга так, чтобы они совпали. При наложении фигуры можно поворачивать и переворачивать.



3. В каждой клетке таблицы 3x3 записано по единице. Разрешается выбрать строку в таблице и добавить её к другой строке (то есть добавить первое число строки к первому числу другой строки, второе – ко второму числу той же строки и третье – к третьему числу той же строки). Аналогично, можно выбрать столбец и добавить к другому столбцу. Можно ли такими операциями получить таблицу, в которой в левой верхней клетке записано 43, в центральной клетке – 9, в нижней правой – 1, а во всех остальных клетках таблицы нет единиц? Ответ обоснуйте.

1	1	1
1	1	1
1	1	1

→

43	не 1	не 1
не 1	9	не 1
не 1	не 1	1

4. У Йоси есть конструктор «Штыри и набалдашники». *Набалдашник* – это маленький шарик с несколькими гнёздами, в которые можно втыкать штыри. Есть три вида набалдашников: синие с тремя гнёздами, зелёные – с четырьмя и красные – с пятью. Штыри гнутся и могут быть любой длины.

По правилам игры каждый штырь должен соединять два набалдашника, то есть не может быть, чтобы какой-то конец штыря оставался «в воздухе» или штырь соединял два гнезда того же набалдашника. Два набалдашника могут быть не соединены вообще, могут быть соединены одним штырём, но не бóльшим количеством. Кроме того, запрещено, чтобы оставались пустые гнёзда, то есть из каждого гнезда должен выходить штырь.

Йоси хочет собрать конструкцию, в которой будут набалдашники всех трёх цветов.

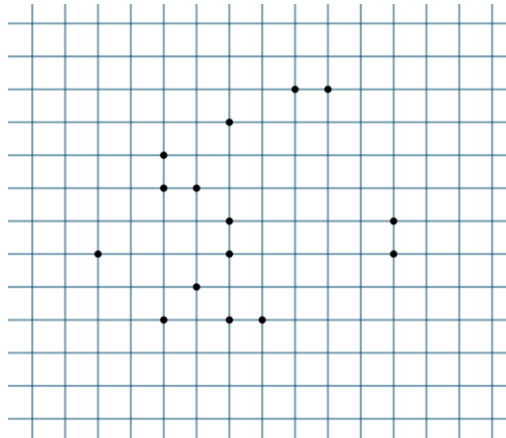
а) Какое наименьшее количество набалдашников может быть в такой конструкции?

б) Какое наименьшее количество штырей может быть в такой конструкции?

Ответ обоснуйте.

5. Назовём целое положительное число *особенным*, если в его десятичной записи встречаются только цифры 1, 2, 3, 6 и 8 (так, к примеру, число 113 – особенное, а 806 – нет). Найдите сумму всех особенных трёхзначных чисел. Ответ обоснуйте.

6. На картинке изображено несколько точек. Рахель хочет нарисовать несколько квадратов так, чтобы каждая отмеченная точка была в вершине или на стороне одного из квадратов. Каким наименьшим количеством квадратов Рахель может обойтись? Ответ обоснуйте.



Примечание. Квадраты не обязаны быть нарисованы «по клеточкам».

Желаем успеха!

Задания олимпиады, решения к ним и дополнительная информация будут размещены на сайте <http://www.israelmath.com/olymp>