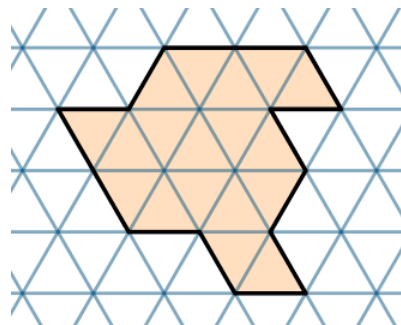


Всеизраильская математическая олимпиада для 3-4 классов  
Финал, 5782 год

1. На поляне были бабочки и гусеницы, всего 31 насекомое. После того, как 4 бабочки улетели с поляны, а 3 гусеницы превратились в бабочек, количество бабочек стало в два раза больше количества гусениц. Сколько бабочек и сколько гусениц было на поляне в начале? Ответ обоснуйте, то есть объясните, почему числа, которые вы указали, могут быть, и почему это единственный вариант ответа.

2. Нарисуйте, как можно разрезать изображённую на рисунке фигуру на три равные части.

*Примечание. Фигуры называются равными, если их можно наложить друг на друга так, чтобы они совпали. При наложении фигуры можно поворачивать и переворачивать.*



3. В каждой клетке таблицы 3x3 записано по единице. Разрешается выбрать строку в таблице и добавить её к другой строке (то есть добавить первое число строки к первому числу другой строки, второе – ко второму числу той же строки и третье – к третьему числу той же строки). Аналогично, можно выбрать столбец и добавить к другому столбцу. Можно ли такими операциями получить таблицу, в которой в левой верхней клетке записано 1, в центральной клетке – 9, в нижней правой – 25, а во всех остальных клетках таблицы нет единиц? Ответ обоснуйте.

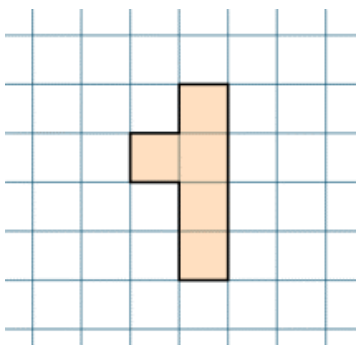
1	1	1
1	1	1
1	1	1

→

не 1	не 1	не 1
не 1	9	не 1
не 1	не 1	25

*Примечание. Цифра 1 внутри числа (например, числа 31) не считается числом 1.*

4. У плотника есть деревянная доска 8x8. Он хочет вырезать из неё как можно больше таких фигурок:



Какое наибольшее количество фигурок он сможет вырезать? Ответ обоснуйте, то есть нарисуйте, как плотник может вырезать требуемое количество фигурок, и объясните, почему он не может вырезать больше.

5. У Йоси есть конструктор «Штыри и набалдашники». *Набалдашник* – это маленький шарик с несколькими гнёздами, к которые можно втыкать штыри. Есть три вида набалдашников: синие с тремя гнёздами, зелёные – с четырьмя и красные – с пятью. Штыри гнутся и могут быть любой длины.

По правилам игры каждый штырь должен соединять два набалдашника, то есть не может быть, чтобы какой-то конец штыря оставался «в воздухе», или штырь соединял два гнезда того же набалдашника. Два набалдашника могут быть не соединены вообще, могут быть соединены одним штырём, но не бóльшим количеством. Кроме того, запрещено, чтобы оставались пустые гнёзда, то есть из каждого гнезда должен выходить штырь.

Йоси хочет собрать конструкцию, в которой будут набалдашники всех трёх цветов. Какое наименьшее количество набалдашников может быть в такой конструкции?

Ответ обоснуйте, то есть нарисуйте конструкцию и объясните, почему не может быть конструкции с меньшим количеством набалдашников.

6. Назовём целое положительное число *особенным*, если в его десятичной записи встречаются только цифры 1, 2, 3, 6 и 8 (так, к примеру, число 116 – особенное, а 806 – нет). Найдите сумму всех особенных трёхзначных чисел. Ответ обоснуйте.

Желаем успеха!