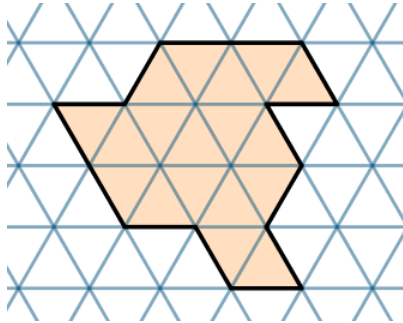




האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד שלב הגמר, שנת תשפ"ב

1. בגינה היו פרפרים זחלים, בסך הכל 31. אחרי ש-4 פרפרים עפו מהגינה, ו-3 זחלים הפכו לפרפרים, מספר הפרפרים נהיה פי שתיים גדול יותר ממספר הזחלים. כמה פרפרים וכמה זחלים היו בגינה בהתחלה? נמקו את תשובתכם, כלומר, הסבירו, למה הכמויות שציינתם, יכולות להיות, ולמה זאת האפשרות היחידה.



2. צורות גיאומטריות נקראות *חופפות* אם הן מתלכדות בחפיפה (כלומר, ניתן לשים אותן זו על זו כך שהן יתלכדו). ציירו כיצד לחתוך את הצורה ל-3 חלקים חופפים.
הערה: מותר לסובב ומותר להפוך את הצורות לצורך החפיפה.

3. בכל משבצת של טבלה בגודל 3×3 רשום 1. תוך מהלך אחד מותר לבחור שורה מהטבלה ולהוסיף לה שורה אחרת, כלומר, להוסיף למספר הראשון של השורה את המספר הראשון של השורה האחרת, למספר השני – את המספר השני של השורה האחרת, ולמספר השלישי של השורה להוסיף את המספר השלישי של השורה האחרת; כמו כן, מותר לבחור עמודה ולהוסיף לה עמודה אחרת. כיצד להגיע באמצעות מהלכים כאלה לטבלה בה במשבצת השמאלית העליונה רשום 1, במשבצת המרכזית רשום 9, במשבצת הימנית התחתונה רשום 25, ואין אף מספר 1 נוסף בתוך הטבלה? ציירו את הטבלה ורשמו דרך להגיע אליה.

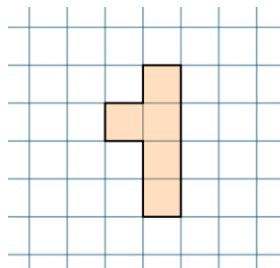
1	1	1
1	1	1
1	1	1

→

1	1 לא	1 לא
1 לא	9	1 לא
1 לא	1 לא	25

הערה: ספרה 1 בתוך מספר רב ספרתי זה לא "מספר 1" (דוגמה: 31).

4. לנגר יש לוח עץ בגודל 8×8 משבצות. הוא רוצה לגזור ממנו כמה שיותר צורות הבאות:



מהי הכמות הגדולה ביותר של הצורות שהוא יכול לגזור? נמקו את תשובתכם, כלומר, ציירו כיצד הנגר יכול לגזור את הכמות הזאת של צורות מהלוח והסבירו, למה זה המספר הגדול ביותר של צורות שהוא יכול לגזור.



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד שלב הגמר, שנת תשפ"ב

5. ליוסי יש משחק הרבבה בשם "מוטות וקודקודים". קודקוד זה כדור קטן עם שקעים, שאפשר לחבר אליו מוטות באמצעות הכנסתם לשקעים. יש שלושה סוגים של קודקודים:
לקודקוד כחול יש 3 שקעים לחיבור מוטות,
לקודקוד ירוק יש 4 שקעים לחיבור מוטות,
לקודקוד אדום יש 5 שקעים לחיבור מוטות.
המוטות הם גמישים וגם יכולים להיות בכל אורך.

כללי המשחק: כל מוט בתוך הצורה שבונים מחבר שני קודקודים שונים, כלומר, אין קצוות "באוויר", וגם לא מחברים את שני הקצוות של המוט לאותו הקודקוד. שני קודקודים יכולים להיות מחוברים עם מוט אחד, אך לא יותר – או לא להיות מחוברים כלל. דבר נוסף, אסור שיישאר שקעים בלי מוטות שיוצאים מהם, כלומר, מכל שקע חייב לצאת מוט.

יוסי רוצה להרכיב צורה שיהיו בה קודקודים מכל 3 הצבעים. מהו המספר הקטן ביותר של קודקודים שיכולים להיות בצורה כזאת? נמקו את תשובתכם: ציירו את הצורה והסבירו למה מספר הקודקודים לא יכול להיות קטן יותר.

6. בהינתן מספר חיובי שלם, נקרא לו *מיוחד*, אם ברישום שלו יכולות להופיע רק ספרות 1, 2, 3, ו-8 (כך, למשל, המספר 116 הוא מיוחד, והמספר 806 – לא). מצאו סכום של כל המספרים התלת ספרתיים המיוחדים. נמקו את תשובתכם.

בהצלחה!