

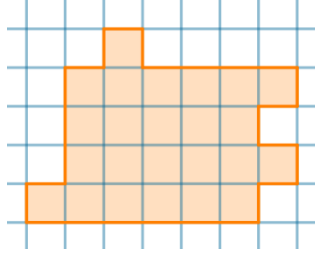


مسابقة الأولمبياد القطرية في الرياضيات للصف التاسع

المرحلة النهائية، سنة 2021

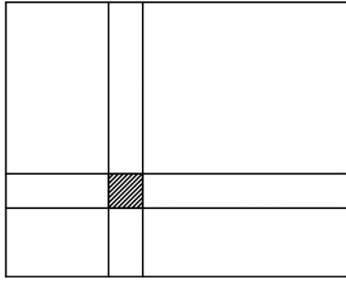
يجب برهان كل ادعاء وشرح كل إجابة (حيثما يتطلب الأمر)

1. قسّموا الشكل لأربعة أقسام متطابقة:



2. برهنوا أن للمعادلة التالية يوجد عدد لا نهائي من الحلول بأعداد طبيعية:

$$x^4 + y^4 + z^4 + t^4 = w^5$$

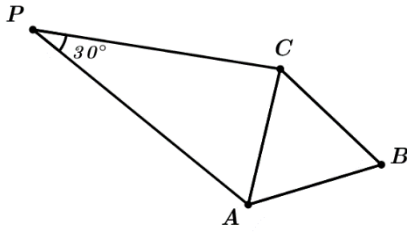


3. من مستطيل تربيعة أبعاده 43×47 تربيعة، نقوم بقصّ تربيعة واحدة لا تمسّ أضلاع المستطيل (يتم القصّ على خطوط الشبكة/ التربيعة). نقوم بتطويل أضلاع التربيعة حتى تلاصق أضلاع المستطيل. نتيجة لذلك، نحصل على 8 مستطيلات أصغر منه (انظر الرسم). برهنوا أنه لا يوجد مستطيل يمكن تبليطه بواسطة هذه المستطيلات الـ 8.

4. اكتبوا الأعداد من 1 وحتى 10 في التربيعة، كل عدد مرّة واحدة، بحيث يتحقّق الشرطين التاليين:

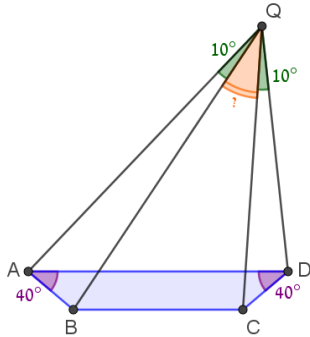
$$\frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square}$$

- في كل كسر، البسط والمقام هما عدداً غريبان، أي أن القاسم المشترك الأكبر بينهما هو 1.
- حاصل جمع كل الكسور هو عدد صحيح.



5. المثلث ABC متساوي الأضلاع. نبني مثلثا APC على أحد أضلاعه كما يظهر في الرسم، بحيث أن $\angle APC = 30^\circ$. برهنوا أنه من القطع BP, AP و CP يمكن بناء مثلث قائم الزاوية.

6. في البلاد الساحرة يعيش 4 أصناف من الأشخاص: أشخاص إيجابيين (يجيبون "نعم" دائماً عن كل سؤال)، أشخاص سلبيين (يجيبون "لا" دائماً عن كل سؤال)، أشخاص صادقون يتكلمون الصدق دائماً وأشخاص كذّابين يكذبون دائماً. التقيت بأربعة أشخاص من البلاد الساحرة، أحدهم إيجابي، واحد سلبي، واحد صادق وآخر كذّاب، وتريد أن تعرف من الإيجابي، السلبي، الصادق والكذّاب من بينهم. لأجل ذلك يمكنك أن تسألهم أسئلة إجابتها نعم/لا. ما هو أصغر عدد من الأسئلة التي يجب أن تسألها لأجل ذلك؟



7. لكل $a, b > 0$ برهنوا المتباينة: $\frac{a}{b} + \frac{b}{a} + (a-1)(b-1) \geq 2$

8. في الرسم شبه منحرف متساوي الساقين $ABCD$ قاعدتيه AD و BC ، ومقدار الزوايا بجانب القاعدة AD هي 40° . معطى نقطة Q بحيث أن القطعتين QB و QC مختلفتين في الطول وتقطعان الضلع AD . معطى أيضاً أن الزاوية $\angle CQD = 10^\circ = \angle AQB$. جدوا $\angle BQC$.



מסابقة الأولمبياد القطرية في الرياضيات للصف التاسع
المرحلة النهائية، سنة 2021
بالنجاح!