



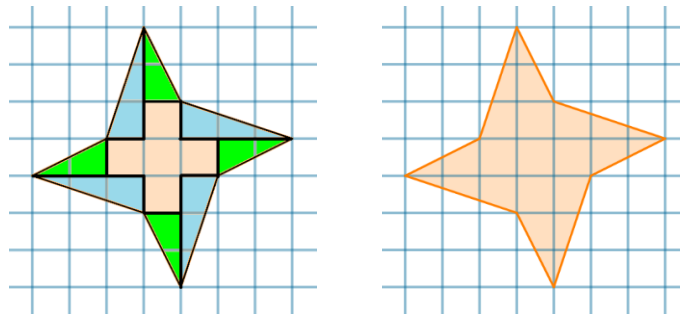
האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד
פתרונות – שלב ב, שנת תשפ"א

שאלה 1.

מהו שטח של הצורה?

תשובה. 15

פתרון.



השטח של הצורה: $15 = 6 + 4 + 5$ משבצות.

שאלה 2.

אבי, בני וגילי הלכו ליער לאסוף פטריות. בני מצא 7 פטריות יותר מאשר אבי, גילי מצאה 3 פטריות יותר מאשר בני. כמה פטריות מצא בני, אם אבי וגילי בסך הכל מצאו 20 פטריות?

תשובה. 12

פתרון.

גילי מצאה 3 פטריות יותר מאשר בני, ובני מצא 7 פטריות יותר מאשר אבי, לכן גילי מצאה 10 פטריות יותר מאשר אבי. אבי וגילי בסך הכל מצאו 20 פטריות, לכן, אם נחסיר מזה את 10 הפטריות "הנוספות" של גילי, נקבל פעמיים מספר הפטריות של אבי. לכן, אבי מצא $2 = 10 : 5$ פטריות. אזי בני מצא $7 + 5 = 12$ פטריות. בדיקה: גילי מצאה 3 פטריות יותר מאשר בני: $15 = 12 + 3$. ואכן, יוצא שגילי ואבי יחד מצאו $20 = 15 + 5$ פטריות.



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד פתרונות – שלב ב, שנת תשפ"א

שאלה 3.

על הלוח כתוב מספר דו ספרתי. מוחקים את ספרת העשרות ומקבלים מספר, שקטן מהמספר המקורי פי 15. מהו המספר המקורי?

תשובה. 75

פתרון.

המספר המקורי מתחלק ב-5, לכן ספרת היחידות שלו יכולה להיות 0 או 5. אבל היא לא יכולה להיות 0, כי מספר דו ספרתי חלקי 15 לא יהיה שווה ל-0. לכן ספרת היחידות שלו שווה ל-5. לכן, התרגיל נראה כך:

$$\square 5 : 15 = 5$$

מכאן, המספר הדו ספרתי שווה ל- $5 \cdot 15 = 75$.

שאלה 4.

בחנות 50 מטבעות שוקולד, 40 סוכריות על מקל, 30 אריזות של במבה ו-20 מסטיקים. המוכר מכין מארזי מתנה, שכל אחד מהם מכיל 3 מוצרים שונים. מה המספר הגדול ביותר של מארזי מתנה שהמוכר יוכל להכין?

תשובה. 45

פתרון.

נראה כיצד לקבל 45 אריזות. החצים מראים כמה אריזות מרכיבים בכל צעד.

מטבעות	סוכריות	במבה	מסטיקים
50	40	30	20
30	20	10	20
20	10	10	10
15	10	5	5
10	5	0	5
5	0	0	0

+20
+10
+5
+5
+5

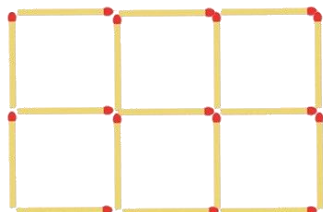
מדוע אי אפשר לקבל יותר מ-45 אריזות? יש סך הכל 90 סוכריות, במבה ומסטיקים. בגלל שחוץ מהם יש רק סוג אחד של ממתקים (מטבעות שוקולד), הדרך החסכונית ביותר להשתמש בהם זה לשים שניים בכל אריזה. $2 = 45$, 90, לכן סוכריות, במבה ומסטיקים יספיקו להכנה של 45 אריזות במקרה הטוב ביותר (כשבכל אריזה יש מטבע שוקולד).



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד פתרונות – שלב ב, שנת תשפ"א

שאלה 5.

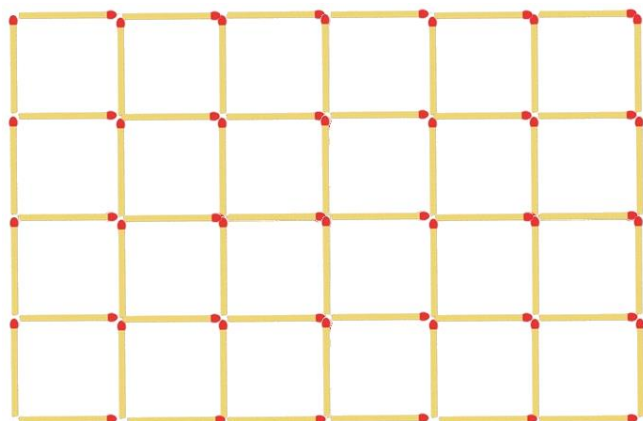
בתמונה מלבן בגודל 2×3 שמורכב מ-17 גפרורים. כמה גפרורים צריך כדי להרכיב מלבן בגודל 6×4 ?



תשובה 58.

פתרון.

כל מלבן כזה מורכב מקווים אופקיים ואנכיים. נספור גפרורים שמרכיבים את הקווים האלה. במלבן 6×4 יהיו:
חמישה קווים אופקיים באורך 6 גפרורים כל אחד, שזה סך הכל 30 גפרורים.
שבעה קווים אנכיים באורך 4 גפרורים כל אחד, שזה סך הכל 28 גפרורים.
ביחד זה מסתכם ל-58.



שאלה 6.

שישה אנשים גרים בקומות שונות של בניין 6-קומתי. מתוכם שניים – שקרנים, ושאר – דוברי אמת. הם אמרו משפטים הבאים:

אלון: "בקומה מעליי גר שקרן."
בני: "שתי קומות מעליי גר שקרן."
גיא: "שלוש קומות מעליי גר שקרן."
דור: "שלוש קומות מתחתיי גר שקרן."
הילל: "השקרנים גרים בקומות 3 ו-4."
ויקטור: "השקרנים גרים בקומות 1 ו-2."
באיזו קומה גר ויקטור?

תשובה. ויקטור יכול לגור בקומות 2,3,4,5,6.

הערה: אפשר היה לשאול באיזו קומה ויקטור לא יכול לגור (קומה 1).

פתרון.

בפתרון נציג את כל האפשרויות של מגורים של כל שישה האנשים, ונוכיח שאין אפשרויות אחרות:

קודם כל נבדוק האם יכול להיות שוויקטור דובר אמת?



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד פתרונות – שלב ב, שנת תשפ"א

אם ויקטור דובר אמת, אז אבי, בני, גיא והילל – כולם משקרים. לכן ויקטור הוא שקרן.

עכשיו נפריד למקרים:

מקרה 1: הילל משקר

במקרה הזה אבי, בני וגיא כולם גרים מתחת לאיזשהו שקרן, ולכן היחיד שיכול לגור מעל כל השקרנים הוא דור. לכן השקרן העליון מבין השניים חייב לגור בקומה 5 או 6.

מקרה 1.1: שקרן עליון גר בקומה 6

לא יכול להיות שאבי, בני וגיא כולם מדברים על שקרן שגר בקומה 6, כי אז אין אפשרות למקם את דור והשקרן השני.

לכן אחד מהם מדבר על השקרן השני, כלומר השקרן השני לא גר בקומה 1. זה משאיר אותנו עם האפשרות שבצירוף:

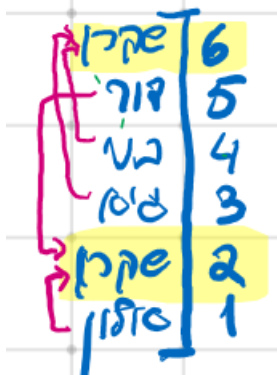
מקרה 1.2: שקרן עליון גר בקומה 5

במקרה הזה דור חייב לגור בקומה 6 (אף אחד אחר לא יכול לגור שם), ואז השקרן השני גר 3 קומות מתחת לדור, בקומה 3. נוודא שזה עובד:

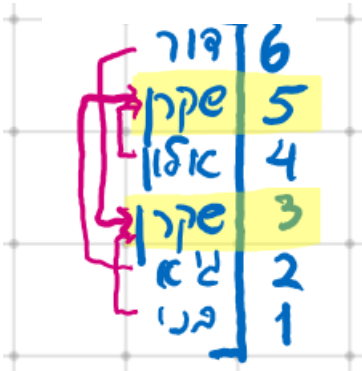
מקרה 2: הילל דובר אמת

במקרה הזה השקרנים גרים בקומות 3,4. מעליהם יכולים לגור רק הילל (שעבשיו דובר אמת), ודור (אבל רק בקומה 6). בקומות התחתונות יש כמה אפשרויות: בקומה 2 יכול לגור אבי או בני, ובקומה 1 – בני או גיא.

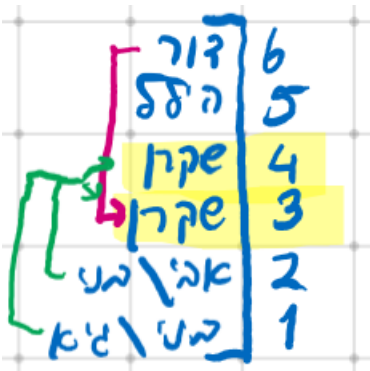
זה כל המקרים, וראינו שוויקטור השקרן יכול לגור בכל הקומות חוץ מ-1.



מקרה 1.1



מקרה 1.2



מקרה 2