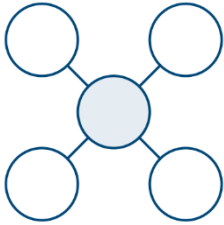
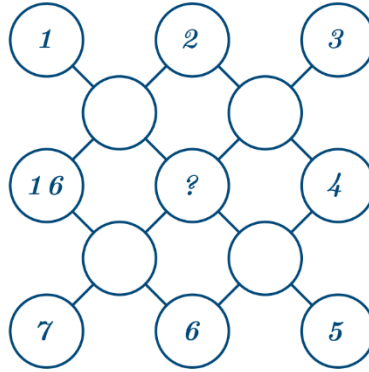




مسابقة الأولمبياد القطرية في الرياضيات للصفوف: سابع - ثامن
حلول - المرحلة أ، سنة 2021

سؤال 1.

نتمنّى في المُخَطَّط التالي:



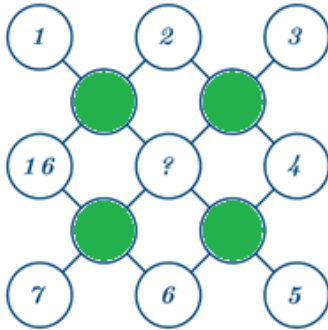
كل عدد في المُخَطَّط يربط بين 4 أعداد أخرى، يجب أن يكون مساويا لمعدّلهم:

ما هو العدد في الدائرة المُشار إليها بعلامة سؤال؟

الجواب 6.

الحل:

نقول أنّ عدد ما مُساوٍ لمعدّل 4 أعداد يعني أنّ حاصل ضرب العدد بـ 4 مساوٍ لمجموع الأعداد الأربعة الأخرى.



نتمنّى في الأماكن الملونة بالأخضر (الدوائر لأربعة المجاورة للدائرة في المركز). حصل ضرب مجموع هذه الأعداد بـ 4 يساوي 16 مرّة العدد الذي في الوسط. من جهة أخرى، حاصل ضرب 4 بعدد داخل دائرة خضراء يساوي مجموع الأعداد الأربعة من حوله.

لذلك 4 مرات مجموع كل الأعداد بالدوائر الخضراء يساوي:

$$(1 + 2 + ? + 16) + (2 + 3 + 4 + ?) + (? + 4 + 5 + 6) + (? + 6 + 7 + 16)$$

بما معناه حصلنا على:

$$1 + 3 + 5 + 7 + 2 \cdot (2 + 4 + 6 + 16) + 4 \cdot ? = 16 \cdot ?$$

$$72 = 12 \cdot ?$$

$$? = 6$$

سؤال 2.

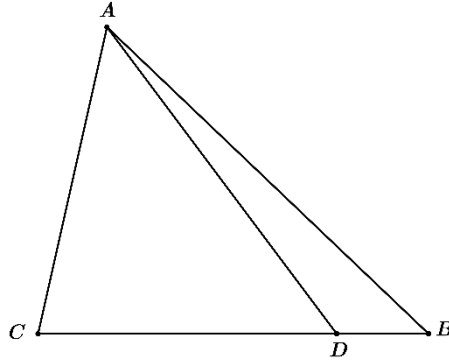


مسابقة الأولمبياد القطرية في الرياضيات للصفوف: سابع - ثامن
حلول - المرحلة أ، سنة 2021

على الضلع BC في المثلث ABC نُشير إلى نقطة بالحرف D . محيط المثلث ABC يساوي 15 سم، محيط المثلث ABD - 12 سم، محيط المثلث ACD - 13 سم. ما هو طول القطعة AD ؟

الجواب. 5

الحل.



$$\begin{array}{r} \cancel{AB} + BD + \cancel{DA} = 13 \\ + \cancel{AC} + \cancel{CD} + DA = 12 \\ - \cancel{AB} + \cancel{AC} = 15 \\ \hline 2AD = 10 \end{array}$$

من هنا، $AD = 5$.

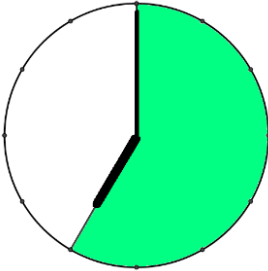
سؤال 3

بعد كم دقيقة بعد الساعة 7:00 تكون الزاوية بين عقرب الساعات وعقرب الدقائق درجة واحدة أول مرة؟
ملاحظة: تتحرك عقارب الساعة بتواصل وبسرعة ثابتة.

الجواب. 38

الحل.

عند الساعة 7:00 تكون الزاوية بين عقربي الساعة 150° . بما أن عقرب الدقائق يتحرك بسرعة أكبر من عقرب الساعات، الزاوية ذات الأهمية بالنسبة لنا هي الزاوية الخارجية 210° . كي تكون الزاوية بين عقربي الساعة 1° لأول مرة، عقرب الدقائق يجب أن يقربا جدا من عقرب الساعات، وبالإجمال عقربي الساعة يجب أن يغلقا فجوة مقدارها 209° .



يتحرك عقرب الساعات بسرعة مقدارها 30° في الساعة، وعقرب الدقائق يتحرك بسرعة مقدارها 360° في الساعة. لذلك، السرعة التي يتحرك بها عقرب الدقائق كي "يلحق" بعقرب الساعات هي

$$330^\circ \text{ في الساعة. علينا أن نغلق فجوة } 209^\circ, \text{ لذلك نمر } \frac{209}{330} = \frac{19}{30} = \frac{38}{60} \text{ من الساعة، أي}$$

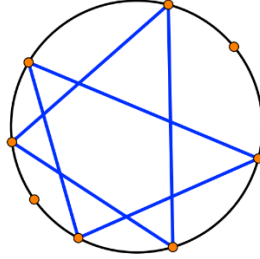
38 دقيقة.



مسابقة الأولمبياد القطرية في الرياضيات للصفوف: سابع – ثامن حلول - المرحلة أ، سنة 2021

سؤال 4.

على الدائرة توجد 8 نقاط. بكم طريقة مختلفة يُمكن رسم نجمة داوود بحيث تكون رؤوس النجمة على هذه النقاط؟



ملاحظة: نجمة داوود هي شكل يتكوّن من تقاطع مثلثين وأضلاعهما تتكوّن 6 نقاط تقاطع بالضبط.

الجواب: 28

الحل:

نلفت انتباهنا، أنه لكل 6 نقاط على الدائرة، توجد طريقة واحدة بالضبط لتكوين نجمة داوود منها. لذلك، السؤال المطروح مُماثل للسؤال عن عدد الإمكانيات لاختيار 6 نقاط من أصل 8 نقاط.

لاختيار 6 نقاط من 8 نقاط نفس الشيء مثل اختيار نقطتين من أصل 8 نقاط ومن ثم نقوم بمحي هاتين النقطتين، وهكذا تبقى 6 نقاط. لاختيار النقطة الأولى من بين النقطتين توجد 8 إمكانيات (يمكن أن تكون أي نقطة من بين الـ 8 نقاط). لاختيار النقطة الثانية توجد 7 إمكانيات. نلفت انتباهنا أنه إذا قمنا بعدّ أزواج النقاط بهذه الطريقة، فإنّ كل زوج يُحسب مرتين، لأنه لا يُهمّ من هي النقطة الأولى ومن هي النقطة الثانية. لذلك،

$$\text{عدد الإمكانيات لاختيار نقطتين لنقوم بمحيها هو } \frac{8 \cdot 7}{2} = 28$$

سؤال 5.

كتب يوسف على اللوح 10 أعداد طبيعية متتالية. محى سامر أحد هذه الأعداد. مجموع الأعداد التي بقيت على اللوح يساوي 2020. أي عدد محى سامر؟

الجواب: 225

الحل:

عندما نقوم بمحي عدد واحد من الأعداد، يبقى على اللوح 9 أعداد متتالية أو "تقريباً متتالية": إذا كان العدد الذي قمنا بمحيه على أحد الأطراف، تبقى 9 أعداد متتالية، إذا لم يكن كذلك، ستبقى "قفزة" مقدارها 2 بين زوج أعداد (وباقى الأعداد تكون متتالية).

ننتبه إلى أنّ حاصل جمع 9 أعداد متتالية يساوي 9 مرات العدد الأوسط (الخامس). لذلك، مجموع 9 أعداد متتالية يجب أن يقبل القسمة على 9. العدد 2020 لا يقبل القسمة على 9، لذلك الـ 9 أعداد التي بقيت على اللوح ليست متتالية، ويجب أن تكون "قفزة" في مكان ما.

في هذه الحالة، يمكننا أن نقول أنّ الـ 9 أعداد المسجلة على اللوح متتالية، ولكن ابتداء من مكان معيّن (المكان الذي فيه القفزة) أضافوا 1 لكل واحد من الأعداد. لذلك، مجموع الـ 9 أعداد هذه مساوي لمجموع تسعة أعداد متتالية وعدد مساوي لعدد (كمية) الأعداد بعد القفزة. $4 + 9 \cdot 224 = 2020$ ، لذلك أضفنا 1 لـ 4 أعداد، والعدد الناقص هو العدد السادس من بين الـ 10 التي في القائمة، والعدد الخامس هو 224. لذلك، العدد الذي قمنا بمحيه هو 224.



مسابقة الأولمبياد القطرية في الرياضيات للصفوف: سابع - ثامن
حلول - المرحلة أ، سنة 2021

سؤال 6.

على طول شارع يوجد 15 بيتاً، باللون الأحمر، الأزرق والأخضر. يوجد بيت واحد على الأقل من كل لون. بين كل بيتين باللون الأزرق يوجد بيت باللون الأحمر. بين كل بيتين باللون الأخضر يوجد بيت باللون الأزرق. ماذا يُمكن أن يكون أكبر عدد من البيوت باللون الأخضر؟
ملاحظة: الشارع مستقيم، جميع البيوت تقع في جهة واحدة من الشارع.

الجواب 6.

الحل.

إذا كان x بيوت خضراء، إذن يوجد بينها $x - 1$ بيوت زرقاء على الأقل، وبينها يوجد على الأقل $x - 2$ بيوت حمراء. لذلك، بالإجمال يوجد على الأقل $3 \cdot x - 3$ بيوت. أي: $3 \cdot x - 3 \leq 15$ ، ولذلك $x \leq 6$.

هذا مثال فيه 6 بيوت خضراء

