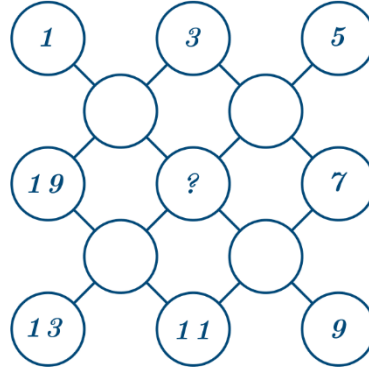




مسابقة الأولمبياد القطرية في الرياضيات للصفوف: خامس - سادس
حلول - المرحلة أ، سنة 2021

سؤال 1.

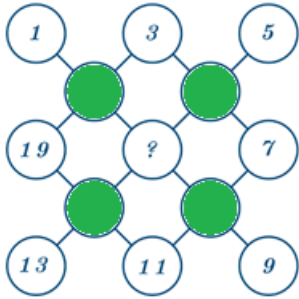
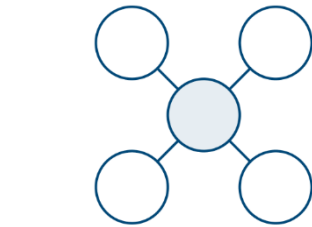
نتمنّى في المُخَطِّط التّالي:



كل عدد في المُخَطِّط يربط بين 4 أعداد أخرى، يجب أن يكون مساويا لمعدّلهم: ما هو العدد في الدائرة المُشار إليها بعلامة سؤال؟
ملاحظة: معدّل أربعة أعداد يساوي حاصل جمعها تقسيم 4.

الجواب: 9

الحل:



نقول أنّ عدد ما مُساوٍ لمعدّل 4 أعداد يعني أنّ حاصل ضرب العدد بـ 4 مساوٍ لمجموع الأعداد الأربعة الأخرى.

نتمنّى في الأماكن الملونة بالأخضر (الدوائر لأربعة المجاورة للدائرة في المركز). حصل ضرب مجموع هذه الأعداد بـ 4 يساوي 16 مرّة العدد الذي في الوسط. من جهة أخرى، حاصل ضرب 4 بعدد داخل دائرة خضراء يساوي مجموع الأعداد الأربعة من حوله. لذلك 4 مرات مجموع كل الأعداد بالدوائر الخضراء يساوي:

$$(1 + 3 + ? + 19) + (3 + 5 + 7 + ?) + (? + 7 + 9 + 11) + (? + 11 + 13 + 19)$$

لذا نحصل على:

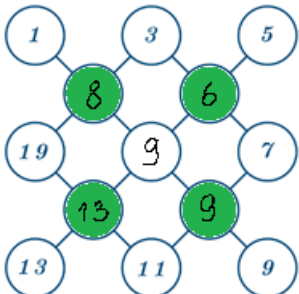
$$1 + 5 + 9 + 13 + 2 \cdot (3 + 7 + 11 + 19) + 4 \cdot ? = 16 \cdot ?$$

من هنا:

$$108 = 12 \cdot ?$$

$$? = 9$$

من هنا من السهل أيضا الحصول على الأعداد الأخرى. هكذا نتأكد أنّ الجواب الذي حصلنا عليه صحيحا:





مسابقة الأولمبياد القطرية في الرياضيات للصفوف: خامس – سادس حلول - المرحلة أ، سنة 2021

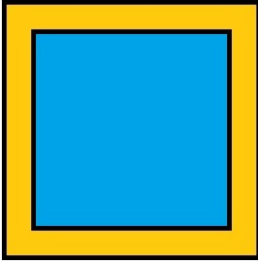
سؤال 2.

اشترك 13 شخصا صادقا و 12 شخصا كاذبا في استطلاع. في سياق الاستطلاع، سُئِلَ كل شخص عن الأشخاص الآخرين (يشمل نفسه)، هل يتكلم صدق أم لا. كم إجابة "نعم" تمّ الحصول عليها بالإجمال؟

الجواب. 313

الحل.

كل شخص يتكلم صدقا يُجيب "نعم" إذا سُئِلَ عن أشخاص يتكلمون صدقا، ويُجيب "لا" إذا سُئِلَ عن أشخاص كاذبين. لذلك، عدد المرّات الأشخاص الذين يتكلمون صدقا وأجابوا "نعم" $169 = 13 \times 13$ مرّة. كل كاذب أجاب "نعم" عندما سُئِلَ عن الكذّابين، وأجاب "لا" عندما سُئِلَ عن الأشخاص الذين يتكلمون صدقا. بإجمال أجاب الكاذبين $144 = 12 \times 12$ مرّة. لذلك، أجابوا "نعم" معا $169 + 144 = 313$ مرّة.



سؤال 3.

في الرّسم مُرَبَّع أزرق وحوله مسار بُرتقالي. مساحة المسار البُرتقالي تساوي 44% من مساحة المُربَّع. كم يُشكّل عَرْض المسار البُرتقالي بالنسبة المئوية من طول ضلع المُربَّع الأزرق؟

إجابة. 10%

الحل.

يُشكّل المسار 44% من مساحة المُربَّع، أي أن مساحة المُربَّع والمسار معا تساوي 144% من مساحة المُربَّع. بما معناهن النسبة بين مساحة المُربَّع الكبير ومساحة المُربَّع الصغير هي $\frac{144}{100}$. مساحة مُربَّع تساوي طول ضلعه مرفوع للقوة الثانية، لذلك النسبة بين أطوال الأضلاع $\frac{12}{10}$ ، أي 120%. طول ضلع المُربَّع الكبير يساوي طول ضلع المُربَّع الصغير مُضاف إليه مرتين عرض المسار، أي أنه $10\% \cdot 2 + 100\%$. لذلك عرض المسار يساوي 10% من طول ضلع المُربَّع الأزرق.

سؤال 4.

يكتب يوسف على اللّوح أعدادا مُؤلّفة (ليست أوليّة) مكوّنة من رقمين. يُريد يوسف أن تكون جميع الأعداد المكتوبة على اللّوح غريبة عن بعضها. كم عددا يستطيع أن يكتب يوسف على اللّوح؟ ملاحظة: تُسمّى أعدادا "غريبة"، إذا لم يكن لها عوامل مُشتركة عدا العدد 1.

الجواب. 4

الحل.

مثال لأربعة أعداد: 16, 27, 25, 49.

لنرى أنه لا يمكن كتابة أكثر من 4 أعداد. نتمعّن بتحليل هذه الأعداد لعواملها الأولية. لكل عدد يوجد على الأقل عاملين (ليس بالضرورة مختلفين)، لأنه قابل للتحليل. بالإضافة لذلك، لا يمكن أن تكون عوامل مشتركة لأعداد مختلفة، جميع هذه الأعداد غريبة.

نلاحظ أنه لا يمكن أن يكون لعدد ثنائي المنزلة قاسمين أوليين كل منهما مكوّن من منزلتين. لذلك لكل واحد من هذه الأعداد يجب أن يكون على الأقل قاسم من رقم واحد. يوجد فقط أربعة أعداد أوليّة من رقم واحد: 2, 3, 5, 7، لذلك لا يمكن تسجيل أكثر من 4 أعداد غريبة.



مسابقة الأولمبياد القطرية في الرياضيات للصفوف: خامس - سادس
حلول - المرحلة أ، سنة 2021

سؤال 5.

على طول شارع يوجد 15 بيتا، باللون الأحمر، الأزرق والأخضر. يوجد بيت واحد على الأقل من كل لون. بين كل بيتين باللون الأزرق يوجد بيت باللون الأحمر. بين كل بيتين باللون الأخضر يوجد بيت باللون الأزرق. ماذا يُمكن أن يكون أكبر عدد من البيوت باللون الأخضر؟

الجواب. 6

الحل.

إذا كان x بيوت خضراء، إذن يوجد على الأقل $x - 1$ بيوت زرقاء بينها، وبينها يوجد $x - 2$ بيوت حمراء. لذلك، بالإجمال يوجد على الأقل $3 \cdot x - 3$ بيوت. أي أنه: $3 \cdot x - 3 \leq 15$ ، ولذلك $x \leq 6$.

هذا مثلا فيها 6 بيوت خضراء:



سؤال 6.

نُسَمِّي كسرا "ساجرا"، إذا كان بسطه ومقامه أصغر من 10. مثلا، الكسر $\frac{1}{9}$ هو كسر ساحر، الكسر $\frac{6}{8}$ هو كسر ساحر، الكسر $\frac{3}{14}$ ليس ساحرا. كم كسرا ساحرا أكبر من نصف وأصغر من واحد يوجد؟

الجواب. 16

الحل.

نَعَدُّ حسب المقام.

مقام	3	4	5	6	7	8	9
بسط	2	3	3,4	4,5	4,5,6	5,6,7	5,6,7,8
الكمية	1	1	2	2	3	3	4

حصلنا على أنه يوجد 16 كسرا بالإجمال.

ملاحظة: يمكن بصورة مشابهة إيجاد كمّية كسور مختلطة، 3 من بين الكسور التي سجّلناها أعلاه غير ملائمة، لذا يوجد 13 كسرا في هذه الحالة.