



## האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד פתרונות – שלב א, שנת תשפ"א

### שאלה 1.

מצאו מספר, שאם נרשום אותו בכל אחת המשבצות הכחולות, סכומים בכל הריבועים  $3 \times 3$  בתוך הטבלה יהיו שווים זה לזה.

3	5	4	3
5	3	5	4
4	5	3	5
3	4	5	3

### תשובה 3.

### פתרון.

נתבונן בריבוע עם המסגרת האדומה. סכום המספרים הידועים בתוך הריבוע הזה הינו 28, וחסרים בו 3 מספרים. נתבונן בריבוע עם המסגרת הירוקה. סכום המספרים הידועים בתוך הריבוע הזה הינו 31, וחסרים בו 2 מספרים.

	5	4	3
5		5	4
4	5		5
3	4	5	

	5	4	3
5		5	4
4	5		5
3	4	5	

בגלל שכל המספרים במשבצות הכחולות חייבים להיות שווים, ההפרש בין הסכומים האלה הוא בדיוק כמה שמשבצת אחת תורמת. לכן התשובה היא  $31 - 28 = 3$ .

### שאלה 2.

מספר נקרא פלינדרומי אם אפשר לקרוא את הספרות שלו בסדר הפוך, והתוצאה לא תשתנה. למשל המספר 4407667044 הוא מספר פלינדרומי, וגם המספר 92329 הוא מספר פלינדרומי. כמה מספרים פלינדרומיים חמש ספרתיים יש סך הכל?

### תשובה 900.

### פתרון.

נשים לב ששלוש הספרות הראשונות של מספר כזה קובעות אותו באופן חד משמעי. לכן, כמות של מספרים חמש ספרתיים פלינדרומיים שווה לכמות של מספרים תלת ספרתיים. סך הכל יש  $999 - 99 = 900$  מספרים תלת ספרתיים, לכן זאת גם תשובה לשאלה המקורית.



## האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד פתרונות – שלב א, שנת תשפ"א

### שאלה 3.

בתרגיל חיבור הבא צורות שונות מחליפות ספרות שונות וצורות זהות מחליפות ספרות זהות:

$$\begin{array}{cccccc} \square & \triangle & \square & \triangle & \square & \\ + & \triangle & \square & \triangle & \square & \triangle \\ \hline \bigcirc & \triangle & \triangle & \triangle & \triangle & \bigcirc \end{array}$$

מהי תוצאת החיבור?

**תשובה.** 122221

### פתרון.

נרשום את התרגיל הזה במאונך:

$$\begin{array}{cccccc} & \square & \triangle & \square & \triangle & \square \\ + & \triangle & \square & \triangle & \square & \triangle \\ \hline \bigcirc & \triangle & \triangle & \triangle & \triangle & \bigcirc \end{array}$$

מכאן רואים:

- ריבוע ועוד משולש גדול מ-10, כי אחרת כל הספרות של התוצאה היו זהות;
- עיגול שווה ל-1, כי היא זאת ספרת המיליונים של התוצאה, והיא נוצרה מ-"העברה";
- מכאן רואים שעיגול ועוד משולש שווה ל-11 (ראו את העמודה שתואמת לספרת היחידות);
- מכאן משולש שווה ל-2, בגלל ההעברה.

### שאלה 4.

אבי עובד בבניין רב קומות, בקומה העליונה. באותו הבניין עובדים חברים שלו בני וגילי. כל יום, בבוקר ובערב, אבי נכנס להגיד להם שלום.

בבוקר אבי נכנס לבניין,

עולה במעלית 21 קומות עד המשרד של בני,

יורד ברגל עד המשרד של גילי,

עולה במעלית 17 קומות עד המשרד שלו.

אחרי סיום העבודה,

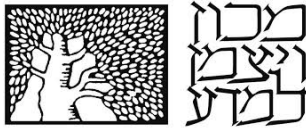
אבי יורד במעלית 9 קומות עד המשרד של בני,

יורד ברגל עד המשרד של גילי,

יורד במעלית 13 קומות ויוצא מהבניין.

כמה קומות בבניין?

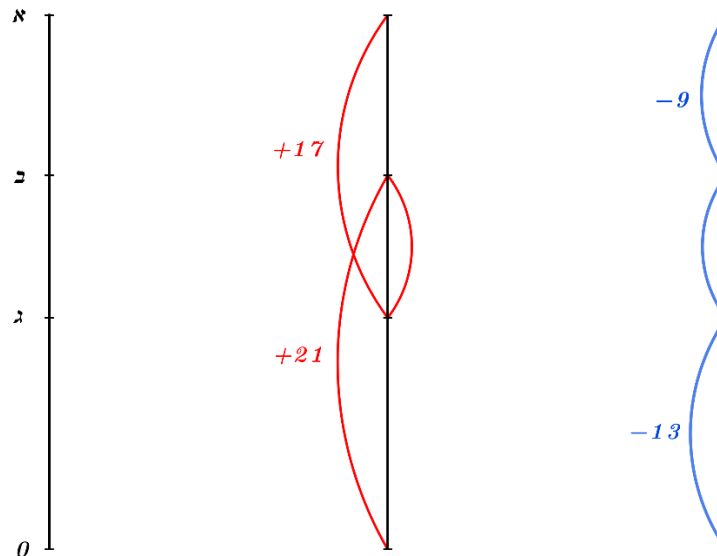
**תשובה.** 31



## האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד פתרונות – שלב א, שנת תשפ"א

### פתרון.

נצייר את הבניין, נסמן מיקומים של המשרדים של ארבעת העובדים. נסמן את המסלולים שאבי עובר בבוקר באדום, והמסלולים שהוא עובר בערב – בכחול.



נשים לב כי כדי להגיע מקומת הקרקע לקומה של בני, אבל עולה 21 קומות, או יורד את המרחק בין הקומה של בני לקומה של גילי, ואז יורד 13 קומות. זה אומר שהמרחק בין הקומה של בני לקומה של גילי הוא  $21 - 13 = 8$  קומות. זה אומר שבין קומת קרקע עד קומה של אבי יש 30 קומות. לכן, סך כל הקומות בבניין – 31 (מ-0 עד 30 או מ-1 עד 31, זה לא משנה).

### שאלה 5.

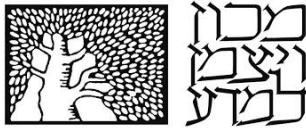
מציירים על נייר משבצות מצולע עם שטח 12, שכל צלעותיו עוברים על קווי המשבצות. מהו ההיקף הגדול ביותר שיכול להיות למצולע זז?

### תשובה 26.

### פתרון.

ניתן להגיע להיקף של 26, למשל, במלבן  $12 \times 1$  משבצות.

נראה כי לא ניתן להגיע להיקף גדול יותר. נשים לב שהמצולע שלנו, בעצם, מורכב ממשבצות. היקף של משבצת זה 4, לכן, אילו המשבצות לא היו מחוברות זו לזו בכלל, הן היו תורמות בסך הכל  $48 = 4 \times 12$ . אבל, כל פעם כשיש חיבור בין שתי משבצות, שתי צלעות "הולכות לאיבוד" ולא נספרות יותר בהיקף של הצורה. כדי לחבר 12 משבצות, אנחנו צריכים לעשות לפחות 11 חיבורים (הוספה של משבצת אחת זה עוד חיבור), לכן ההיקף של המצולע יהיה לכל היותר  $26 = 48 - 11 \times 2$ .



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד  
פתרונות – שלב א, שנת תשפ"א

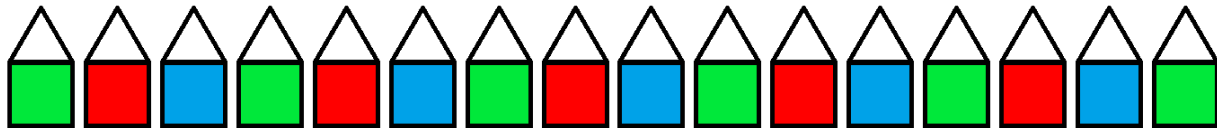
**שאלה 6.**

לאורך הרחוב ממוקמים 16 בתים, בצבע אדום, כחול וירוק. יש לפחות בית אחד מכל צבע. אף שני בתים בצבע זהה לא עומדים בסמוך. בין כל שני בתים כחולים יש בית אדום. בין כל שני בתים ירוקים יש בית כחול ובית אדום. מהו המספר הגדול ביותר של בתים ירוקים שיכול להיות?  
הערה: הרחוב ישר, כל הבתים ממוקמים בצד אחד של הרחוב.

**תשובה 6.**

**פתרון.**

בציור דוגמה עם 6 בתים ירוקים.



אי אפשר שיהיו 7 בתים ירוקים או יותר. נראה כי כבר 7 לא עובד. 7 בתים ירוקים יוצרים 6 מרווחים ביניהם, וכל מרווח חייב להכיל בית אדום ובית כחול, שזה בסך הכל 14 בתים בנוסף לבתים הירוקים. במקרה זה המספר הכולל של בתים עובר את 16.