



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד

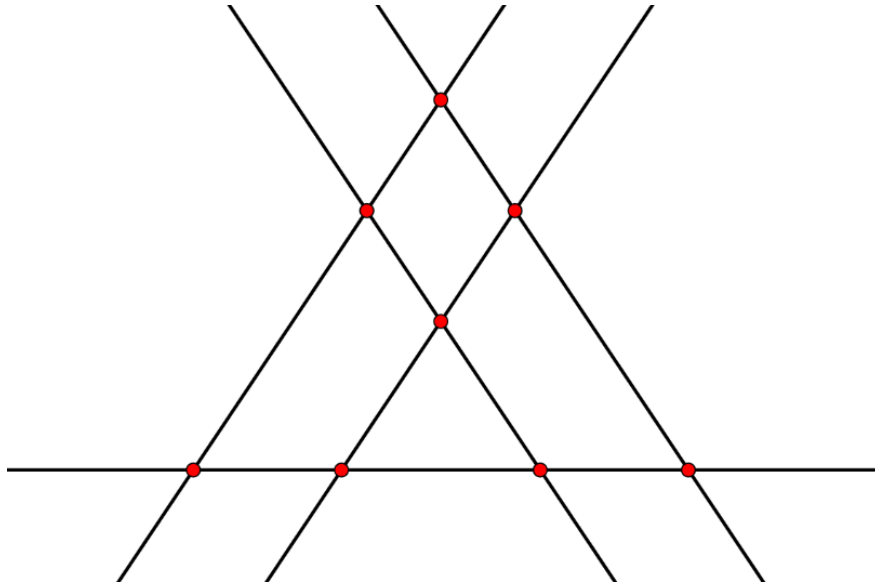
פתרונות – שלב הגמר, שנת תש"פ

שאלה 1.

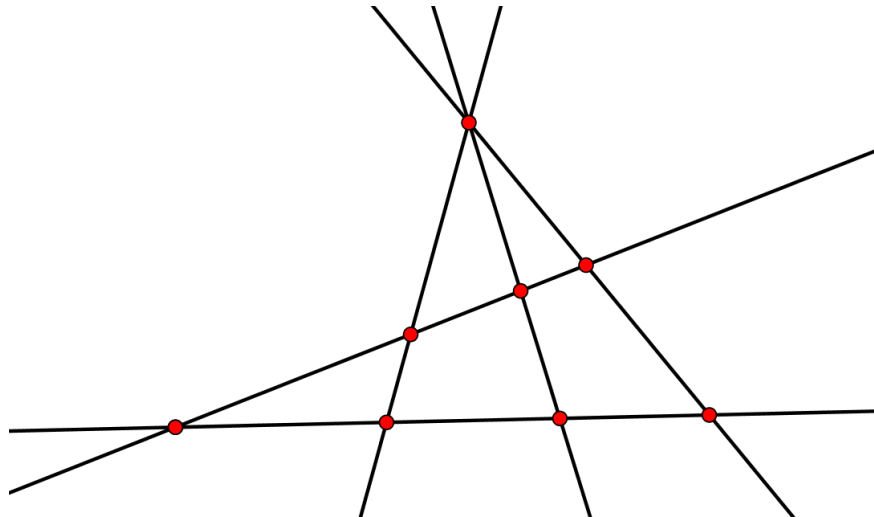
ציירו 5 ישרים, כך שתהיינה ביניהם בדיוק 8 נקודות חיתוך.

פתרון.

אפשר לצייר 2 זוגות ישרים מקבילים ועוד ישר שלא מקביל להם:



או אפשר לצייר 3 ישרים עם נקודת מפגש משותפת, ועוד 2 ישרים (כך שכולם נחתכים):





האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד

פתרונות – שלב הגמר, שנת תש"פ

שאלה 2.

לשמואל 4 ילדים: אוהד, בני, גיא ודור. לכל אחד מהם יש שתייה אחת שהוא אוהב (אין 2 אנשים עם שתייה משותפת): מים, קולה, ענבים ותפוזים. בנוסף, לכל אחד יש גם מקצוע מועדף (ואין 2 עם אותו אחד): מתמטיקה, פיזיקה, מדעי המחשב וכימיה. רמזים:

1. אוהד אוהב מדעי המחשב
2. מי שאוהב מתמטיקה לא שותה תפוזים
3. דור לא אוהב פיזיקה
4. בני שותה מים
5. גיא לא שותה ענבים
6. הילד שאוהב כימיה שותה ענבים
7. בני לא אוהב מתמטיקה

השאלה: מי אוהב קולה?

פתרון.

אוהד לא אוהב כימיה, כי הוא אוהב את מדעי המחשב, גיא לא אוהב כימיה, כי הוא לא שותה משקה ענבים, ומי שאוהב כימיה, שותה ענבים, בני לא אוהב כימיה, כי הוא שותה מים, ומי שאוהב כימיה, שותה ענבים. לכן היחיד שיכול לאהוב כימיה זה דור, ואז הוא גם שותה משקה ענבים.

בני לא אוהב מתמטיקה,

הוא גם לא אוהב כימיה, כי אמרנו שדור אוהב כימיה,

והוא גם לא אוהב את מדעי המחשב, כי אוהד אוהב את מדעי המחשב,

לכן בני אוהב פיזיקה.

גיא לא אוהב כימיה,

גיא לא אוהב מדעי המחשב, כי אוהד אוהב את מדעי המחשב,

גיא לא אוהב פיזיקה, כי בני אוהב פיזיקה,

לכן גיא בהכרח אוהב מתמטיקה.

גיא לא שותה ענבים,

גיא לא שותה מים, כי בני שותה מים,

גיא לא שותה תפוזים, כי הוא אוהב מתמטיקה, ומי שאוהב מתמטיקה לא שותה תפוזים.

לכן גיא שותה קולה.

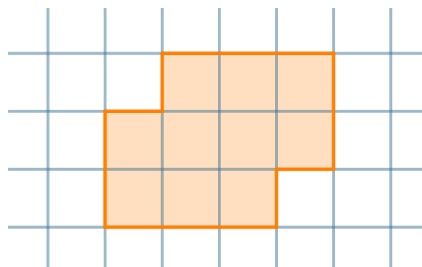


האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד

פתרונות – שלב הגמר, שנת תש"פ

שאלה 3.

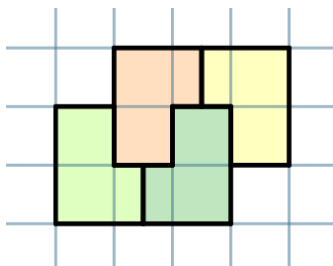
צורות גיאומטריות נקראות *חופפות* אם הן מתלכדות כאשר שמים אותן זו על זו. חתכו את הצורה לארבעה חלקים חופפים:



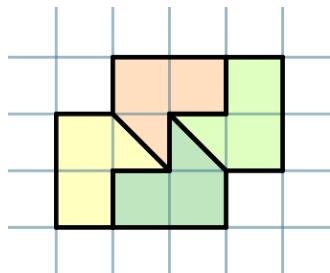
פתרון.

יש אפשרויות שונות לעשות זאת.

למשל, אפשר לחלק את הצורה הגדולה לשתי צורות U , וכל אחת מהן אפשר לחתוך באמצע:



או אפשר לחלק את הצורה הגדולה לשתי צורות W , ולחתוך כל אחת מהן באמצע:





האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד

פתרונות – שלב הגמר, שנת תש"פ

שאלה 4

הרכיבו מהספרות 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 שלושה מספרים, כך שאחד מהם יהיה סכום של השניים האחרים. יש להשתמש בכל ספרה בדיוק פעם אחת.

פתרון

יש הרבה אפשרויות, למשל $238 + 716 = 954$.

שאלה 5

מהו מספר של תוצאות אפשריות של תרגילי חיבור מהסוג:

$$\text{😊} + \text{😞}$$

כאשר 😊 ו-😞 שני מספרים חיוביים חד ספרתיים שונים? נמקו את תשובתכם!

פתרון

זוג מספרים חד-ספרתיים שונים הכי קטנים הוא 1, 2 ולכן הסכום הכי קטן הוא $1 + 2 = 3$
זוג מספרים חד-ספרתיים שונים הכי גדולים הוא 8, 9 ולכן הסכום הכי גדול הוא $8 + 9 = 17$
את כל התוצאות מ-3 עד 17 אפשר לקבל, למשל ככה: $1 + 2$, $1 + 3$, $1 + 4$, ..., $1 + 8$, $1 + 9$,
 $2 + 9$, ..., $7 + 9$, $8 + 9$.
לכן התוצאות האפשריות הן מספרים שלמים מ-3 עד 17 כולל, כלומר התשובה היא: יש 15 תוצאות אפשריות.



האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד

פתרונות – שלב הגמר, שנת תש"פ

שאלה 6.

לרחל יש שלושה כרטיסים עם ספרות שונות, שכולן גדולות מ-0. רחל הרכיבה מהכרטיסים האלה את כל המספרים התלת ספרתיים האפשריים וחישבה את סכומם. הוכיחו כי הסכום מתחלק ב-3.

פתרון.

קודם כל נשים לב שיש בדיוק 6 דרכים לסדר 3 ספרות, כלומר תמיד יהיו לרחל 6 מספרים.

$$\text{למשל } 134 + 143 + 314 + 341 + 413 + 431.$$

כל ספרה מופיעה בדיוק פעמיים בתפקיד של ספרת אחדות, פעמיים בתפקיד של ספרת עשרות, ופעמיים בתפקיד של ספרת מאות.

אם במקום המספרים של רחל ניקח 6 מספרים שמורכבים מספרות של רחל, אבל בכל מספר יש את אותה הספרה 3 פעמים, כל שכל ספרה מופיעה ב-2 מהמספרים, נראה שגם במספרים אלה כל ספרה מופיעה בדיוק פעמיים בתפקיד של ספרת אחדות, פעמיים בתפקיד של ספרת עשרות, ופעמיים בתפקיד של ספרת מאות.

לכן ל-6 מספרים חדשים יש את אותו הסכום.

$$\text{למשל: } 134 + 143 + 314 + 341 + 413 + 431 = 111 + 111 + 333 + 333 + 444 + 444$$

עכשיו כל המספרים החדשים מתחלקים ב-111, ולכן הם מתחלקים גם ב-3. (כי 111 מתחלק ב-3)

ולכן גם הסכום הכולל מתחלק ב-3.