

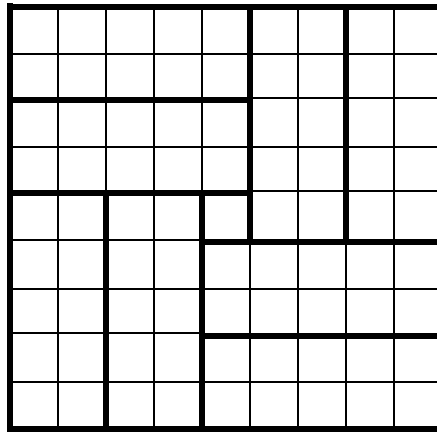
האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד

שלב א' - פתרונות

1. מה הוא המספר הגדול ביותר של מלבנים בגודל 2×5 שאפשר לגזור מתוך ריבוע 9×9 ?

תשובה. 8.

הסבר. בציור מופיעה דוגמא לדרך לגזור 8 מלבנים. נותרנו עם משבצת אחת, אז אי אפשר היה לחתוך יותר.



2. לכמה מספרים בטווח מ-1 עד 500 יש סכום ספרות 9?

תשובה. 40.

הסבר. כמה מספרים חד-ספרתיים כאלה יש? רק אחד – 9. כמה מספרים דו-ספרתיים? נסתכל לפי ספרת העשרות. אם ספרת העשרות 1, זה יכול להיות רק 18. אם היא 2, זה 27. ספרת העשרות יכולה לגדול עד 9 - ככה נקבל את 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90. סך הכול – 9 מספרים דו-ספרתיים. 10 מספרים בסך הכול עד כה.

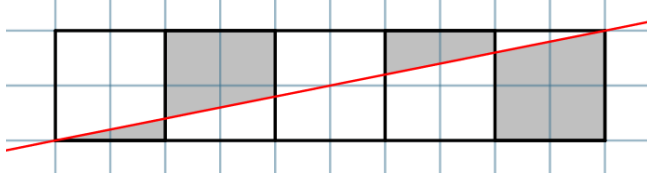
כעת נספור מספרים תלת-ספרתיים. ספרת המאות יכולה להיות 1, 2, 3, או 4. אם ספרת המאות היא 1, סכום הספרות האחרות צריך להיות 8. אם ספרת העשרות היא 0, זה יכול להיות רק 108. אם היא 1, זה רק 117. ככה אפשר להמשיך עד ספרת עשרות של 8, שתיתן 80. אז נקבל שזה 8 מספרים – 108, 117, 126, ..., 180. סך הכול – 9 מספרים. אם ספרת המאות היא 2, סכום שתי הספרות האחרות צריך להיות 7. אם ספרת העשרות 0, זה רק 207. אם היא 1, זה רק 216. ככה זה ממשיך עד ספרת עשרות של 7 – כלומר, 270. זה נותן לנו עוד 8 מספרים.

אם ספרת המאות היא 3, נקבל באותה צורה שיש 7 אופציות – 306, 315, 324, ..., 360. ואם ספרת העשרות היא 4, נקבל 6 אופציות – 405, 414, ..., 450. סך הכול, יש $9+8+7+6=30$ אופציות למספרים תלת-ספרתיים. לכן סך הכול יש $40=30+10$.

האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד

שלב א' - פתרונות

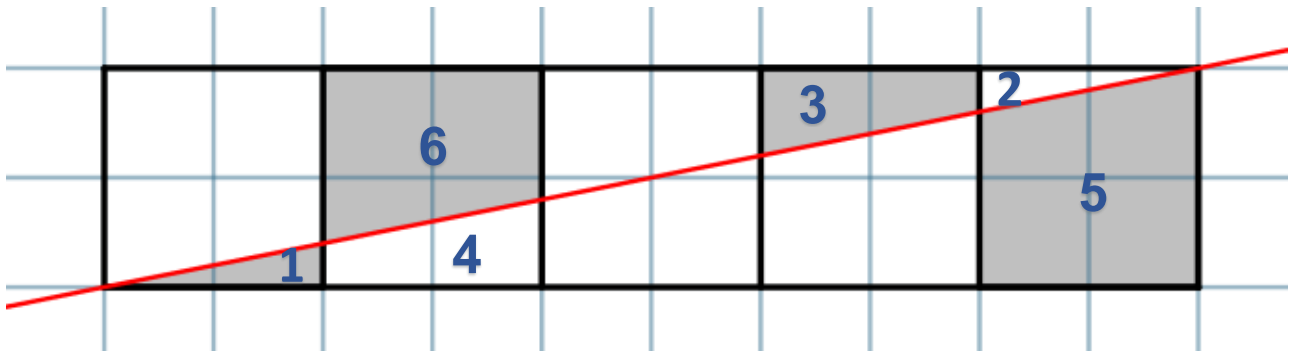
3. בציור מלבן המורכב מ-5 ריבועים בגודל 2×2 וישר שחוצה אותו באלכסון. מצאו את השטח המושחר.



תשובה. 8.

הסבר. נחפש חלקים צבועים שמשלימים ביחד לריבוע.

יש סימטריה בציור. לכן החלקים המסומנים ב-1 וב-2 זהים. אבל החלקים 2 ו-5 ביחד יוצרים ריבוע. לכן השטחים של חלק 1 וחלק 5 ביחד זה כמו שטח של ריבוע. החלקים 3 ו-4 גם זהים, בגלל הסימטריה של הציור. 3 ו-6 יוצרים ביחד ריבוע, לכן השטח של 3 והשטח של 6 ביחד זה שטח של ריבוע. כלומר, השטח האפור הצבוע הוא כמו שטח של שני ריבועים שלמים של 2×2 . לכן ביחד שטחם הוא 8.





4. מחק ושני עפרונות עולים יחד 19 לירות, עפרון ושתי מחברות עולים יחד 23 לירות, מחברת ושני מחקים עולים יחד 18 לירות. כמה עולים יחד מחק, עפרון ומחברת?





תשובה. 20 לירות.

הסבר. ננסה לקנות את כל הקניות בשאלה ביחד – כלומר, נקנה מחק ושני עפרונות, עפרון ושתי מחברות, ומחברת ושני מחקים. אז שילמנו $18 + 19 + 23 = 60$ לירות. אבל קנינו בסך הכול שלוש מחברות, שלושה עפרונות, ושלושה מחקים. כלומר מחק, עפרון, ומחברת עולים ביחד שליש מהמחיר ששילמנו – כלומר 20 לירות.

האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד




שלב א' - פתרונות


5. בתרגיל הבא ספרות שונות הוחלפו בסמיילים שונים, והסכום הוא מספר תלת ספרתי. מה הוא הסכום, אם המספר   קטן ככל האפשר?

	+		
			
		*	*
		*	*

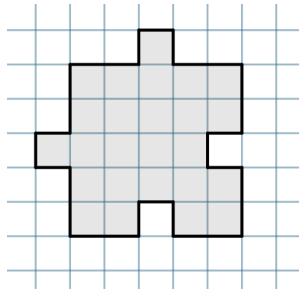
תשובה. 110.

הסבר. המספר 19 עובד – מקבלים $19 + 91 = 110$.

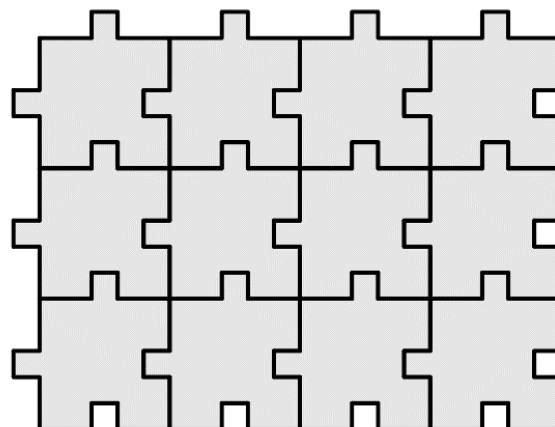
עכשיו צריך להסביר למה אי אפשר משהו קטן יותר מ-19. אם היה משהו כזה, המספר   צריך להיות דו ספרתי וקטן מ-19, כלומר .

צריך להיות 1, ו- צריך להיות לא יותר גדול מ-8. אבל אז הסכום שלהם הוא מקסימום 9, וזה יוצא שלא תהיה ספרת מאות – לא יכולה להיות גם העברה של ספרה מהיחידות לעשרות, כי לפי מה שהסברנו בסכום של היחידות יוצא לכל היותר 9.

6. ברשותכם פאזל, שכל חתיכה שלו נראית כך:



הצורה הבאה מורכבת מ-12 חתיכות כאלה. מה הוא ההיקף שלה?



תשובה. 98.

האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ז

שלב א' - פתרונות

הסבר. כל צד של הפאזל, היקפו הוא 7. הצד השמאלי של הצורה בציור, מורכב מ-3 פעמים הצד השמאלי של הפאזל (ראו בציור). לכן אורכו הוא $3 \cdot 7$. באופן דומה, הצד הימני מורכב מ-3 פעמים הצד הימני של הפאזל. אז אורכו הוא גם $3 \cdot 7$. הצד העליון מורכב מ-4 פעמים הצד העליון של הפאזל, ולכן אורכו $4 \cdot 7$. הצד התחתון מורכב מ-4 פעמים הצד התחתון של הפאזל, אז אורכו הוא גם $4 \cdot 7$. בסך הכול, היקף הצורה הוא

$$3 \cdot 7 + 3 \cdot 7 + 4 \cdot 7 + 4 \cdot 7 = (3 + 3 + 4 + 4) \cdot 7 = 98$$

