

# האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד, שלב א'

## פתרונות

### שאלה 1.

רוכב אופניים נוסע על כביש ישר ללא פניות ורואה בצד הכביש את השלט:



הוא ממשיך בתנועתו, ורואה שלט נוסף:

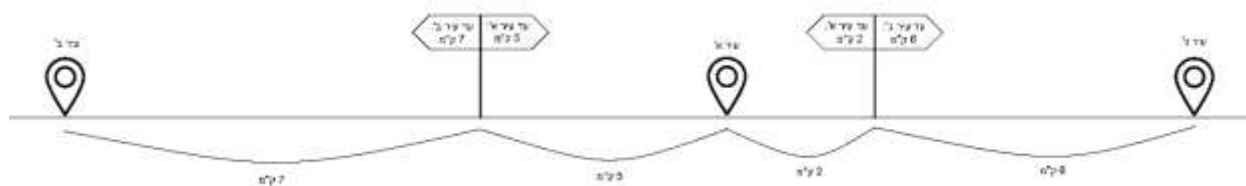
מצאו את המרחק בין ערים ב' ו-ג'.

תשובה.

20.

פתרון.

נבין כיצד ממוקמים זה ביחס לזה שני השלטים ושלושה הערים:



מכאן, המרחק בין הערים ב' ו-ג' הינו  $7 + 5 + 2 + 6 = 20$  קילומטרים.

## האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד, שלב א'

### פתרונות

#### שאלה 2.

בתרגיל הבא אחת הספרות הוחלפה סמיילי. מצאו את הספרה.

$$1 \odot \times 6 - \odot = 70$$

#### תשובה.

2.

#### פתרון.

נשכתב את התרגיל בצורה הבאה:

$$(10 + \odot) \times 6 - \odot = 70$$

נשתמש בחוק הפילוג:

$$10 \times 6 + \odot \times 6 - \odot = 70$$

אזי

$$60 + \odot \times 5 = 70$$

כלומר

$$\odot \times 5 = 70 - 60 = 10$$

והמספר (החד ספרתי) היחיד שתואם לזה, זה 2.

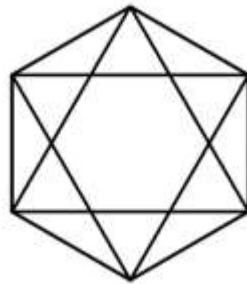
הערה: כמובן, אפשר לפתור את השאלה גם בדרכים נוספות. למשל, אפשר פשוט לעבור על כל הספרות האפשריות...

# האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד, שלב א'

## פתרונות

שאלה 3.

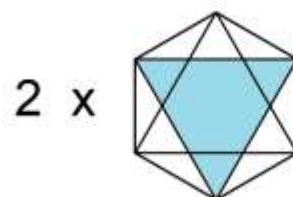
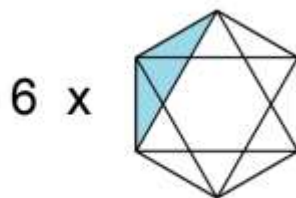
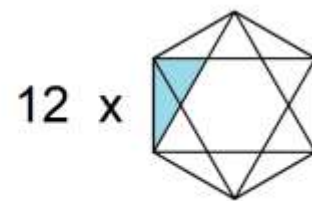
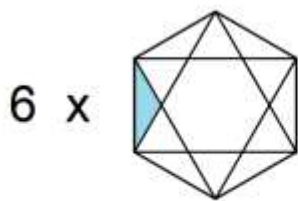
כמה משולשים יש בתמונה? יש לספור את כל המשולשים שנוצרו על ידי הקווים.



תשובה.

32

פתרון.



# האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד, שלב א'

## פתרונות

### שאלה 4.

לסבתא חנה יש מספר חתולים. יום אחד הגיעו אליה שלושה נכדים שלה, אבי, בני וגילי, וניסו לנחש כמה חתולים יש לה.

אבי אמר: "לסבתא יש לפחות 7 חתולים",

בני אמר: "אבל פחות מ-10, לדעתי",

ואז גילי אמרה: "לסבתא חנה יש או 9, או 10, או 11 חתולים".

"כולכם צדקתם!" – ענתה הסבתא. אז כמה חתולים יש לה?

תשובה.

9.

פתרון.

בגלל שאבי ובני צודקים, האפשרויות למספר החתולים אלה 7, 8 ו-9. רק אחת מהן תואמת לדבריה של גילי – 9 חתולים, לכן זאת האפשרות היחידה.

### שאלה 5.

מצאו מספר ארבע ספרתי פלינדרומי, שמתחלק ב-25 ולא מתחלק ב-3.  
הערה: מספר פלינדרומי הינו מספר שלא ישתנה אם נקרא את הספרות שלו בסדר הפוך. למשל, המספר 5775 הינו מספר פלינדרומי, והמספר 5778 לא מספר פלינדרומי.

תשובה.

5225.

פתרון.

קודם כל, נשים לב שמספר ארבע ספרתי פלינדרומי מוגדר באופן חד משמעי על ידי שתי הספרות האחרונות שלו.

נתבונן בשתי הספרות האחרונות של המספר. מספר מתחלק ב-25 אם ורק אם המספר הזו ספרתי המורכב משתי הספרות האחרונות שלו מתחלק ב-25. לכן יש סך הכל 4 סיומות אפשריות: 00, 25, 50 ו-75. הסיומות של 00 ו-50 לא מתאימות, כי אנחנו מחפשים מספר ארבע ספרתי, כלומר, הספרה ראשונה (והאחרונה) לא אפס. נשארות שתי אפשרויות: סיומת של 25, שנותנת מספר 5225, וסיומת 75, שנותנת מספר 5775. מתוך שני המספרים האלה רק המספר 5225 לא מתחלק ב-3.

# האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד, שלב א'

## פתרונות

שאלה 6.

כמה מספרים מ-1 עד 100 (כולל) מתחלקים ב-5, אבל לא מתחלקים ב-7?

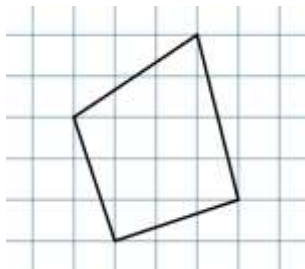
תשובה.

18.

פתרון.

כל מספר חמישי מתחלק ב-5, לכן יש  $100 : 5 = 20$  מספרים מ-2 עד 100 שמתחלקים ב-5. כמה מתוכם מתחלקים ב-7? מספר מתחלק ב-5 וגם מתחלק ב-7 אם ורק אם הוא מתחלק ב-35. לכן המספרים שצריך להוריד אלה כפולות של 35. מ-1 עד 100 יש שני מספרים כאלה. לכן התשובה הסופית היא  $20 - 2 = 18$ .

שאלה 7.

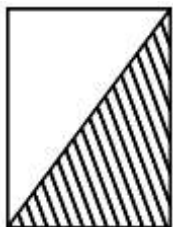


נתון דף משבצות, בו שטח של כל משבצת הינו יחידת שטח אחת. מצאו את שטח הצורה (ביחידות השטח).

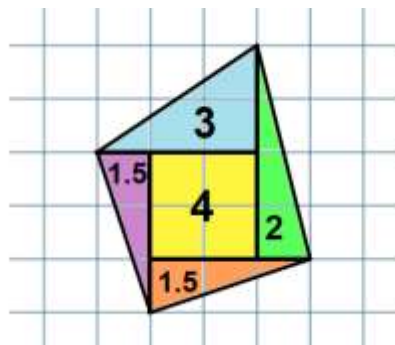
תשובה.

12.

פתרון.



נחלק את המרובע ל-4 משולשים וריבוע, כמו שמתואר בציור. נשים לב ששטח של משולש ישר זווית המצויר על נייר משבצות, בעל ניצבים שמתלכדים עם קווי הרשת, שווה לחצי שטח של מלבן עם הצלעות המתאימות, כלומר מכפלת הניצבים חלקי 2. כך, נוכל לחשב שטחים של כל החלקים של המרובע, ואז מקבלים ששטחו הוא  $4 + 2 + 4 + 1.5 + 1.5 = 12$ .



# האולימפיאדה הארצית במתמטיקה לכיתות ג-ד, שלב א'

## פתרונות

שאלה 8.

צובעים את לוח הכפל  $10 \times 10$  בצביעת שחמט שחור ולבן, כך שהמשבצת של  $1 \times 1$  צבועה בשחור. מצאו הפרש בין סכום כל המספרים במשבצות השחורות לסכום כל המספרים במשבצות הלבנות.

תשובה.

25.

פתרון.

נחלק את המשבצות השחורות והלבנות של השורה הראשונה לזוגות באופן הבא:

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

הפרש המספרים בכל זוג כזה שווה ל-1, כלומר, כל זוג תורם 1 לטובת המשבצות הלבנות, וסך הכל הם תורמים 5.

באופן דומה, נחלק את המשבצות של השורה השנייה לזוגות:

	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20

בשורה הזאת הפרש בין כל מספרים סמוכים שווה ל-2, לכן כל זוג תורם 2, אבל הפעם לטובת המשבצות השחורות. לכן השורה השנייה כולה תורמת 10 לטובת השחורים.

אם נמשיך באופן דומה לכל השורות, נקבל ששחורים פחות לבנים שווה

$$\begin{aligned} & 5 \cdot (10 - 9 + 8 - 7 + 6 - 5 + 4 - 3 + 2 - 1) = \\ & = 5 \cdot ((10 - 9) + (8 - 7) + (6 - 5) + (4 - 3) + (2 - 1)) = 5 \cdot 5 = 25 \end{aligned}$$